ACTIVIDADES página 9

1. Responded estas cuestiones sobre los códigos de barras:

a) ¿Cuál fue el origen de estos códigos? ¿Qué tipos de códigos de barras existen?

b) Uno de los más utilizados es el código de barras EAN 13. ¿De cuántos dígitos consta? ¿Qué código tienen los productos procedentes de España?

c) Existe un algoritmo para calcular el dígito de control y es el siguiente:

1º Se suman los dígitos que ocupan lugar impar.
2º Se suman los dígitos que ocupan lugar par y esta suma se multiplica por 3.
3º Se suman las dos cantidades anteriores y esta suma se divide entre 10. Llamamos *R* al resto de esta división. Entonces el dígito de control, *c*, es:

$$c = \begin{cases} 0 & \text{si } R = 0 \\ 10 - R & \text{si } R \neq 0 \end{cases}$$

d) Comprobad en el código de la imagen que el dígito que aparece es el que corresponde y haced lo mismo con el código de barras del libro de Matemáticas de la página anterior.

e) En un producto hemos encontrado el siguiente código de barras: 40133A0032497. Se ha borrado el dígito que aparece con la letra A. Intenta hallar el dígito que le corresponde.

a) El código de barras se patento en Estados Unidos en el año 1952, aunque no se utilizó en el comercio hasta el año 1974 en Ohio.
El código de barras actual consta de barras negras, que se codifican en sistema binario como unos, y barras blancas, que se codifican como ceros. Las barras son de distintas anchuras. Se imprimen en los diferentes productos y se leen con un lector óptico similar a un escáner.

b) Existen diferentes tipos de códigos de barras, uno de los más utilizados es el EAN (*European Article Number*) que contiene 13 dígitos, el último de los cuales se llama dígito de control.

El significado de los dígitos es el siguiente:
- Los dos primeros son el código del país de origen del producto. El país al que corresponde el producto del código de barras es España el 84.
- Los siguientes números indican el fabricante y el tipo de producto.
- El último número es el dígito de control.

c) Comprobamos el dígito de control aplicando el algoritmo:

$$(8 + 1 + 3 + 5 + 7 + 9)+3 \cdot (4 + 2 + 4 + 6 + 8 + 0) = 105$$

Al dividir 105 por 10 da resto R = 5. Por lo que el digito de control es 5, que corresponde con el de la imagen.

ISBN: 978-84-9078-504-1

9 788490 785041

d) Por ejemplo, en el código de barras de la imagen, que corresponde a un libro de texto, comprobamos el dígito de control del mismo modo que en el apartado anterior:

$(9 + 8 + 4 + 0 + 8 + 0) + 3 \cdot (7 + 8 + 9 + 7 + 5 + 4) = 149$

Al dividir 149 por 10 da resto R = 9. Por lo que el digito de control es 10 – R = 1 que corresponde con el de la imagen.

e) Hallamos el dígito A que falta en el código: 40133A0032497 mediante el mismo algoritmo:

$$(4 + 1 + 3 + 0 + 3 + 4) + 3 \cdot (0 + 3 + A + 0 + 2 + 9) = 15 + 3A + 42 = 57 + 3A$$

Como al dividirlo por 10 debe dar resto 3 pues el dígito de control es 7 y A es un número de un solo dígito, entonces A = 2.

2. Investigad los dígitos de control del ISBN, de las tarjetas bancarias y del NIF. Comprueba el ISBN de tu libro de texto y la letra de tu NIF.

a) En la contraportada de tu libro de Matemáticas aparece un gráfico de barras cuya parte inferior lleva un código de barras y en la parte superior un código específico que es el ISBN (*International Standard Book Number*).

Este código tiene 10 dígitos, es de la forma: 978– $a_1\, a_2\, a_3\, a_4\, a_5\, a_6\, a_7\, a_8\, a_9\, c$
siendo 978 fijo para España y c el dígito de control. Para hallar este dígito de control se utiliza el siguiente algoritmo:

Se halla la suma:

$$S = \sum_{1}^{9} (11 - i) \cdot a_i = (11-1) \cdot a_1 + (11-2) \cdot a_2 + (11-3) \cdot a_3 + (11-4) \cdot a_4 + (11-5) \cdot a_5 + (11-6) \cdot a_6 + (11-7) \cdot a_7 + (11-8) \cdot a_8 + (11-9) \cdot a_9$$

Esta suma se divide por 11 y se toma el resto R.

El dígito de control c es: $\begin{cases} 0 & \text{si } R = 0 \\ X & \text{si } R = 1 \\ 11 - R & \text{si } R \neq 0 \ y \ R \neq 1 \end{cases}$

Fácilmente puedes comprobar el dígito de control en el ISBN de tu libro de Matemáticas.

El dígito de control del código de barras se halla de forma análoga al del punto 1 y como hemos visto en el texto.

b) Las tarjetas bancarias llevan un código llamado CODABAR que está formado por 16 dígitos y el ultimo actúa como dígito de control

El algoritmo para calcular el dígito de control es:

- Se suman los dígitos que ocupan lugar par.
- Se suman los dígitos que ocupan lugar impar y esta suma se multiplica por 2.
- Se suman las dos cantidades anteriores más el número de dígitos > 4 que ocupan lugar impar. El resultado de esta operación se divide entre 10. Llamamos R al resto de esta división. Entonces el dígito de control, c, es:

$$c = \begin{cases} 0 & \text{si } R = 0 \\ 10 - R & \text{si } R \neq 0 \end{cases}$$

Comprueba con una tarjeta de crédito real que este algoritmo te permite hallar el dígito de control. Con las tarjetas de la imagen no funciona este algoritmo pues son tarjetas no reales son simples ejemplos.

c) El NIF es un número de 8 dígitos y una letra. Esta letra es el dígito de control. Este dígito de control se halla dividiendo el número de 8 dígitos entre 23 y tomando la letra que corresponde al resto según esta tabla

RESTO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
LETRA	T	R	W	A	G	M	Y	F	P	D	X	B

RESTO	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
LETRA	N	J	Z	S	Q	V	H	L	C	K	E

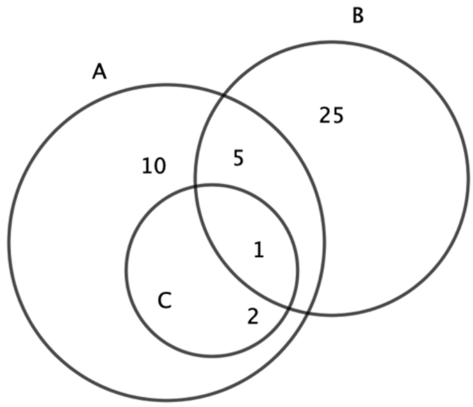
Compruebe la letra de tu NIF

CUESTIONES INICIALES página 10

1. **Consideramos los divisores del número 10 y los divisores del número 25.**

a) **Represéntalos dentro de un círculo. Llama A al circulo que contenga los divisores del número 10 y B al círculo que contenga los del 25**
b) **¿Hay algún número que pertenezca a los dos círculos?**
c) **¿Cuáles serían los números que sean divisores del 10 o de 25? ¿Cómo podríamos representarlos?**
d) **¿Cuántos elementos tiene cada círculo?**
e) **Considera ahora los divisores del número 2 y represéntalos de forma análoga, llamando C al círculo donde los sitúes. ¿Qué relación crees que tienen C y A?**

a) La representación gráfica que se pide es la siguiente:



b) Tenemos los números 1 y 5 que pertenecen al círculo A y al círculo B.
c) Divisores de 10 o de 25 serían todos, es decir, los números 1,2,5,10 y 25.
d) El círculo A contiene cuatro elementos y el B tres.
e) El círculo C tiene dos elementos, y ambos están también en A. C está contenido en A.

2. **Sea *A* el grupo formado por las vocales del alfabeto latino. Represéntalo como consideres oportuno. ¿Cuántos elementos tiene este grupo? ¿Qué elementos del alfabeto no pertenecen al grupo *A*?**

Llamamos *B* a los elementos del alfabeto que no están en *A.*

$$A=\{a,e,i,o,u\}$$
$$B=\{b,c,d,f,g,h,j,k,l,m,n,p,q,r,s,t,v,w,x,y,z\}$$

ACTIVIDADES página 13

1. Define por extensión los siguientes conjuntos:

a) Divisores de 20.

b) Provincias de Andalucía.

c) $C=\{y\in\mathbb{N}/x=2y;3<x<15\}$

d) Colores de la bandera de España.

e) $\boldsymbol{B=\{x\in\mathbb{Z}/-1\leq x<2\}}$

f) A={x/ x es una estación del año}

a) $D=\{1,2,4,5,10,20\}$

b) $P=\{\text{Córdoba},\text{Sevilla},\text{Almería},\text{Jaén},\text{Granada},\text{Málaga},\text{Cádiz},\text{Huelva}\}$

c) $E=\left\{2,\frac{5}{2},3,\frac{7}{2},4,\frac{9}{2},5,\frac{11}{2},6,\frac{13}{2},7\right\}$

d) $B=\{\text{rojo},\text{amarillo}\}$

e) $D=\{-1,0,1\}$

f) $F=\{\text{Primavera},\text{Verano},\text{Otoño},\text{Invierno}\}$

2. Define por comprensión los siguientes conjuntos:

a) {2,3,5,7}

b) {rojo, naranja, amarillo, verde, azul, violeta}

c) {Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno}

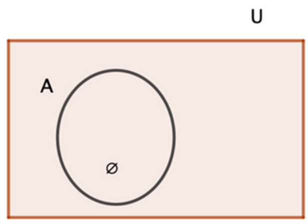
a) Conjunto de los números primos menores que once (o menores o iguales que siete).

b) Conjunto de colores de la bandera LGTBIQ+.

c) Planetas del Sistema Solar.

ACTIVIDADES página 15

3. Representa la propiedad c) de la inclusión de conjuntos con un diagrama de Venn.



4. Nombra tres subconjuntos del conjunto:

$A = \{x \in \mathbb{N} / \ 1 \leq x \leq 14\}$

Tres posibles subconjuntos serían los siguientes:

$B = \{10\}$

$C = \{3,4,5\}$

$D = \{10,11,12,13,14\}$

5. Representa con un diagrama de Venn los conjuntos:

a) Divisores del número 12.

b) Primeros diez múltiplos del número cinco.

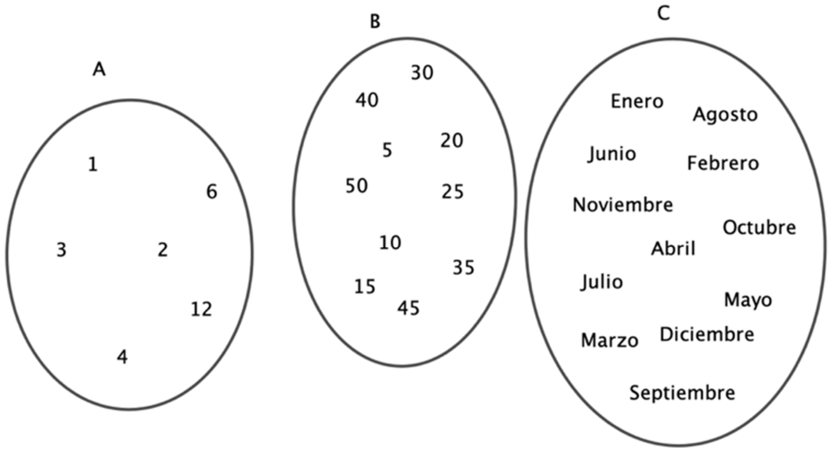
c) Meses del año.

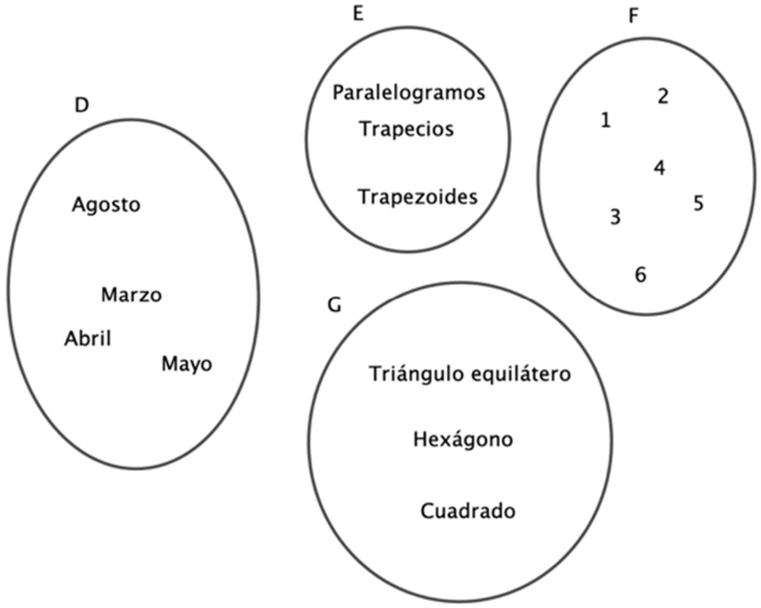
d) Meses del año que contienen la letra *a*.

e) Cuadriláteros.

f) Números que podemos obtener al lanzar un dado cúbico.

g) Polígonos regulares que pueden teselar el plano.





6. Define por comprensión los siguientes conjuntos:

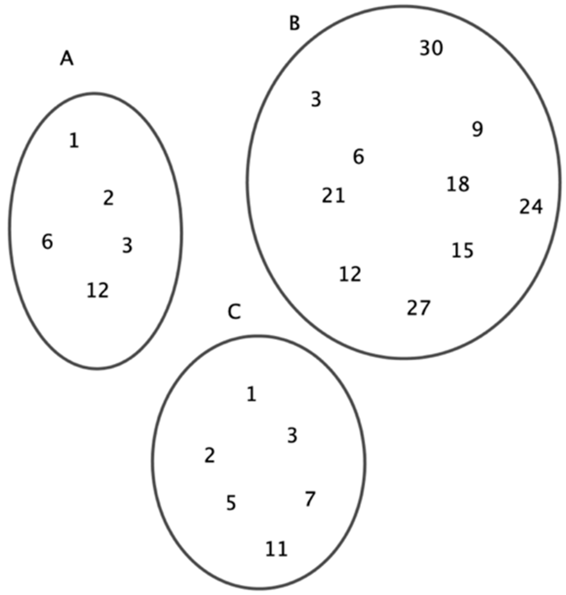
a) $A=\{1,2,3,4,6,12\}$

b) $B=\{3,6,9,12,15,\ldots,30\}$

c) $C=\{2,3,5,7,11\}$

a) Divisores del número doce.
b) Diez primeros múltiplos del número 3
c) Números primos hasta el 11

7. Representa los conjuntos de la actividad anterior con un diagrama de Venn



8. Nombra un subconjunto de cada uno de los conjuntos de la actividad 5

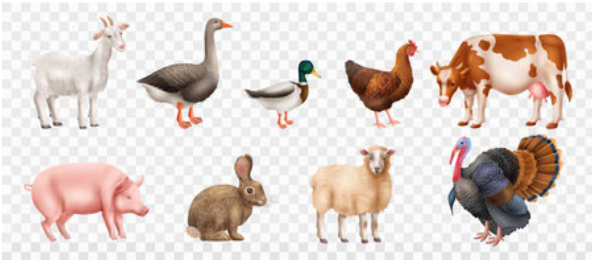
Hay varias posibilidades para cada uno de los conjuntos. Damos un ejemplo

d) {1,3}
e) {15,20,25}
f) {junio, julio, agosto}
g) {abril}
h) {trapezoides, trapecios}
i) {2,3,5}
j) {cuadrados}

9. Define los siguientes conjuntos por extensión:

a) $\boldsymbol{A=\{x\in\mathbb{Z}\,/\,-2<x\leq 5\wedge x<3\}}$

b) Conjunto de los animales de granja que aparecen en la imagen:



$A=\{-1,0,1,2\}$

B = {Cabra, Pato, Ganso, Cerdo, Conejo, Oveja, Gallina, Vaca, Pavo real}

ACTIVIDADES página 17

10. Marta va a la fiesta de cumpleaños de su amigo Juan, y le ofrecen para merendar elegir entre tres tipos de batidos diferentes: vainilla, fresa o chocolate, y entre dos tipos de tarta: zanahoria o chocolate. Enumera las opciones que tiene Marta para la merienda.

Consideramos los conjuntos:
Batidos ={Vainilla, Fresa, Chocolate}
Tarta = {Zanahoria, Chocolate}

Merienda = Batidos x Tarta = {(Vainilla, Zanahoria), (Vainilla, Chocolate), (Fresa, Zanahoria), (Fresa, Chocolate), (Chocolate, Zanahoria), (Chocolate, Chocolate)}

11. Fernando va a comprarse un ordenador de sobremesa, y le ofrecen tres modelos de torre y dos de pantalla, ¿qué combinaciones puede hacer para su ordenador? ¿y si además le ofrecen dos modelos teclado?

Consideramos los conjuntos Modelos de Torre (T) y Modelos de Pantalla (P):
T = {t1,t2,t3}
P = {p1,p2}
Ordenador= P x T = {(t1,p1),(t1,p2),(t2,p1),(t2,p2),(t3,p1),(t3,p2)}
Modelos de Teclado, conjunto E={e1,e2}
Ahora el ordenador sería el producto del anterior por E, es decir:
O = {(t1,p1,e1),(t1,p2,e1),(t2,p1,e1),(t2,p2,e1),(t3,p1,e1),(t3,p2,e1),(t1,p1,e2),(t1,p2,e2),(t2,p1,e2),(t2,p2,e2),(t3,p1,e2),(t3,p2,e2)}

12. Rosa y Amir van de viaje en coche, desde Córdoba a Barcelona, pasando por Valencia. Rosa busca tres rutas diferentes para ir de Córdoba a Valencia, y Amir dos rutas diferentes para ir de Valencia a Barcelona. ¿De cuántas maneras diferentes pueden hacer el viaje?

Sean los conjuntos:

A ={rutas de Córdoba a Valencia}={r1,r2,r3}, y

B={rutas de Valencia a Barcelona}={t1,t2}

Viaje = *A* x *B* = {(r1,t1),(r1,t2),(r2,t1),(r2,t2),(r3,t1),(r3,t2)}

ACTIVIDADES página 18

13. Dados los conjuntos:
***A* = {Meses del año que contienen la letra o}**
***B* = {Meses del año que contienen la letra i}**
Define por extensión los conjuntos $\overline{A}, \overline{B}, \overline{A} \cap B, A \cap \overline{B}, \overline{A} \cup \overline{B}, \overline{A} \cap \overline{B}$

$A = \{Enero, Febrero, Marzo, Mayo, Junio, Julio, Agosto, Octubre, Noviembre\}$
$B = \{Abril, Junio, Julio, Septiembre, Noviembre, Diciembre\}$
$\overline{A} = \{Abril, Septiembre, Dicembre\}$
$\overline{B} = \{Enero, Febrero, Marzo, Mayo, Agosto, Octubre\}$
$\overline{A} \cap B = \{Abril, Septiembre, Diciembre\} = \overline{A}$
$A \cap \overline{B} = \{Enero, Febrero, Marzo, Mayo, Agosto, Octubre\} = \overline{B}$
$\overline{A} \cup \overline{B} = \{Enero, Febrero, Marzo, Abril, Mayo, Agosto, Septiembre, Octubre, Diciembre\}$
$\overline{A} \cap \overline{B} = \varnothing$

14. Dado el conjunto $\boldsymbol{B = \{x \in \mathbb{Z} / -4 < x \leq 0\}}$**, calcula** $\overline{B}$ **.**
$\overline{B} = \{x \in \mathbb{Z} / x \leq -4 \wedge x > 0\}$

15. Dados los conjuntos:
***A* = {días del fin de semana}**

***B* = {lunes, miércoles, viernes, domingo}**

***C* = {martes, jueves, sábado}**

Define por extensión los conjuntos $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}, \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{B} \cup \overline{C}, \overline{A} \cup \overline{C}$

$\overline{A} = \{Lunes,\ Martes,\ Miércoles,\ Jueves,\ Viernes\}$

$\overline{B} = \{Martes,\ Jueves,\ Sábado\}$

$\overline{C} = \{Lunes,\ Miércoles,\ Viernes,\ Domingo\}$

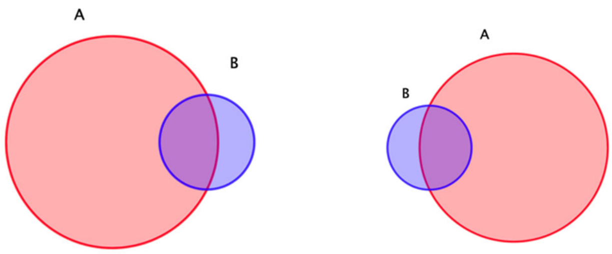
$\overline{A} \cap \overline{B} = \{Martes,\ Jueves\}$

$\overline{B} \cup \overline{C} = \{Lunes,\ Martes,\ Miércoles,\ Jueves,\ Viernes,\ Sábado,\ Domingo\}$

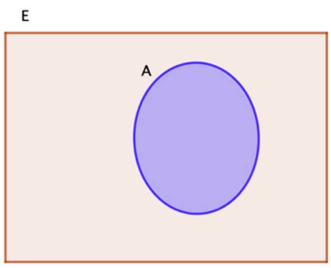
$\overline{A} \cup \overline{C} = \{Lunes,\ Martes,\ Miércoles,\ Jueves,\ Viernes,\ Sábado,\ Domingo\}$

16. Representa tres de las propiedades de las operaciones con conjuntos a través de diagramas de Venn.

Conmutatividad.



Elemento neutro y absorción:



17. Dados los conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / -1 < x \leq 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / -4 \leq x < 0\}$$

a) Defínelos por extensión.

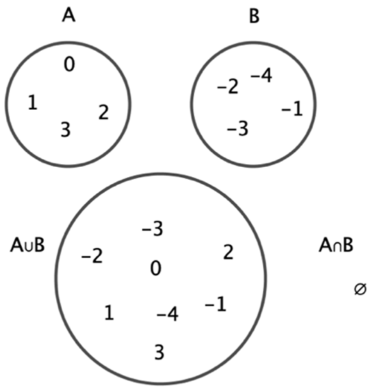
b) Representa en un diagrama de Venn los conjuntos A, B, A∪B y A∩B<

a)

$A = \{0,1,2,3\}$

$B = \{-4,-3,-2,-1\}$

b)



18. Dados los conjuntos:

A={colores del arcoíris}

B={colores de la bandera LGTBIQ+}

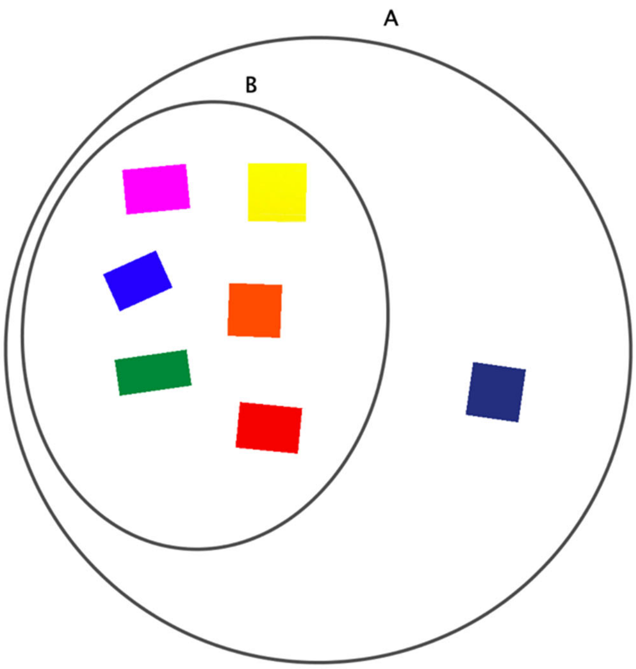
Define por extensión los conjuntos A, B, A∪B y A∩B. Represéntalos en un diagrama de Venn

A={Rojo, Naranja, Amarillo, Verde, Añil, Azul, Violeta}

B={Rojo, Naranja, Amarillo, Verde, Azul, Violeta}

$A \cup B = A$={Rojo, Naranja, Amarillo, Verde, Añil, Azul, Violeta}

$A \cap B = B$={Rojo, Naranja, Amarillo, Verde, Azul, Violeta}



ACTIVIDADES página 23

19. Si tomamos al azar siete números del 1 al 10 ¿podemos asegurar que al menos dos ellos sumarán 10?
Pista: en esta ocasión los números serían nuestras palomas y los palomares serán las parejas de números entre 1 y 10 que sumen 10 ¿cuántas palomas y cuantos palomares tenemos?

Tenemos siete palomas. ¿Cuántos palomares? Las parejas de números, entre 1 y 10, que suman 10 serían:

- 1 y 9
- 2 y 8
- 3 y 7
- 4 y 6

Tenemos cuatro pares de números que suman diez, es decir, un total de ocho números. Como debemos elegir siete, aplicando el principio del palomar, tenemos que al menos una pareja de números sumará 10.

20. En un campamento, un determinado día se ofrecen las siguientes actividades al alumnado para pasar la tarde: piscina, a la que se apuntan diez alumnos y alumnas, senderismo, al que se apuntan otros diez, y juegos a lo que se apuntan ocho alumnos y alumnas. ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en el campamento?

Llamamos A al conjunto de alumnos y alumnas que van a la piscina, B sería el alumnado que va al senderismo y por último C el conjunto de alumnos y alumnas que van al taller de juegos. Si consideramos los cardinales de cada uno de ellos, teniendo en cuenta que son disjuntos:

$$|A| = 10$$
$$|B| = 10$$
$$|C| = 8$$
$$|A \cup B \cup C| = 28$$

21. En una granja de gallinas contamos 52 patas, ¿cuántos picos habrá?

Aplicando el principio de la división, tenemos:

$$\frac{52}{2} = 26$$

22. Tenemos un almacén con sillas de comedor, y contamos 64 patas. ¿Cuántas sillas tendremos?
Aplicamos el principio de la división:

$$\frac{64}{4} = 16$$

ACTIVIDADES página 27

1. Los mentís y los verdís. En un planeta lejano viven dos comunidades de extraterrestres, los mentís y los verdís. Los mentís, haciendo honor a su nombre, siempre mienten; en cambio, los verdís siempre dicen la verdad. Un terrícola llegó a este planeta y se encontró con tres de sus habitantes. Uno le dijo algo que no entendió; el siguiente le dijo: «te ha dicho que es un mentís», a lo que el último le contestó a este: «tú eres un mentiroso». Esta última persona, ¿era mentís o verdís?

Analizamos en la tabla todos los casos posibles, considerando la notación siguiente: a los mentís con M y a los verdís con V.

CASOS			
	Primero	Segundo	Tercero
1	M	M	M
2	M	M	V
3	M	V	M
4	V	M	M
5	V	V	M
6	V	M	V
7	M	V	V
8	V	V	V
LO QUE DICE CADA UNO		***Te he dicho que es un mentís***	Tú eres un mentiroso

Los únicos casos que nos plantean una contradicción con el enunciado del problema son el tercero y el sexto.

● El caso tercero no es posible pues si el segundo es un verdís no puede decir «te ha dicho que es un mentís» ya que el anterior es un mentís y como mentiroso que es nunca diría soy un mentís.

● El caso sexto es válido pues:

– El primero es un verdís y habría dicho «soy un verdís».

– El segundo es un mentís, con lo cual, como miente, dice «te he dicho que es un mentís».

– El tercero es un verdís y como dice la verdad dice «tú eres un mentiroso».

Por tanto, los tres habitantes con los que se encontró el terrícola eran, en este orden: **verdís, mentís, verdís.**

Este es un problema de lenguaje lógico en cuya resolución, además de usar el razonamiento lógico hemos utilizado una notación adecuada a la situación.

2. División. El resultado de dividir dos números naturales de dos cifras en una calculadora ha sido 0,75609756. ¿Cuáles eran esos dos números?

Multiplicamos el número dado 0,75609756 por números de dos cifras hasta que nos de un número natural, así:

$$0{,}75609756 \cdot 41 = 30.99999996$$

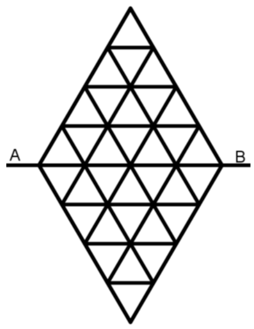
Por tanto, la solución es $\frac{31}{41} = 0{,}75609756$.

3. Repartir agua. Tenemos un gran depósito de agua y dos vasijas de 4 L y 9 L. ¿Cómo conseguir exactamente 6 L?

A continuación, se describe una solución.

Acción	1	2	3	4	5	6	7	8
Vasija 4 L	0	4	0	4	0	1	1	4
Vasija 9 L	9	5	5	1	1	0	9	6

4. Colores coincidentes. Cada una de las dos mitades de esta figura está compuesta por 16 triángulos pequeños, de los cuales hay coloreados tres de rojo, cinco de azul y ocho de verde. Al doblar la figura por la recta AB resulta que se superponen dos pares de triángulos rojos, tres pares de azules y encontramos dos pares rojo–verde.



¿Cuántos pares de triángulos verdes coinciden?

Buscamos una notación adecuada. Por ejemplo, llamamos R, A y V a los triángulos de color rojo, azul y verde, respectivamente.

A los 16 triángulos de arriba podemos nombrarlos de la forma:

R R R A A A A A V V V V V V V V

Con los datos que nos dan podemos escribir emparejando los triángulos, en la primera línea los triángulos de arriba y en la segunda línea los de abajo:

R R R A A A A A V V V V V V V V

R R V A A A R

En el diagrama anterior observamos que ya hemos ocupado todos los rojos, 1 de los verdes y 3 azules de la parte inferior.

Los dos azules que nos quedan no pueden ir con los azules, deberían ir con los verdes, lo que nos conduce a:

R R R   A A A A A   V V V V V V V V

R R V   A A A   R A A

Así pues, nos quedan 7 verdes en la parte inferior, de los cuales dos irán con azules y cinco acompañaran a verdes de la parte superior, por lo que son 5 los pares de triángulos verdes que coinciden.

EVALÚO MI APRENDIZAJE página 28

1. Define los siguientes conjuntos por extensión:

A={frutas de otoño}

B={estaciones del año}

C={meses del año que tienen exactamente 30 días}

D={planetas del sistema solar}

E={Divisores del número 32}

A={Higos, Frutas del bosque, Membrillos, Peras, Uvas, Granadas, Kiwis, Manzanas, Frutos Secos}
B={Primavera, Verano, Otoño, Invierno}
C={Abril, Junio, Septiembre, Noviembre}
D={Mercurio, Venus, La Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno}
E={1,2,4,8,16,32}

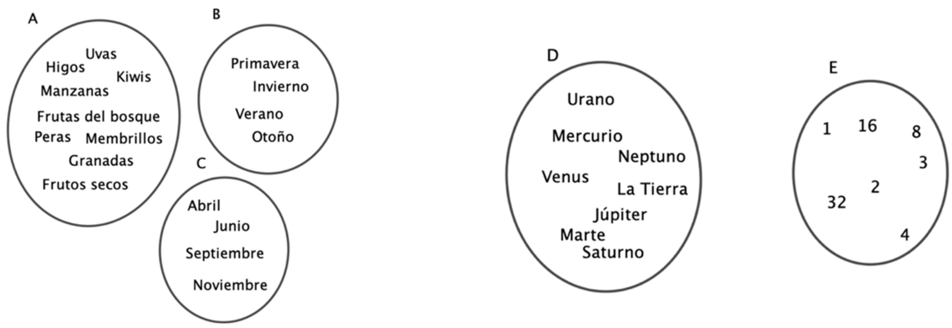
2. Define los siguientes conjuntos por comprensión:

A={4,5,6,7,8,9}
B={enero, marzo, julio, agosto, octubre, diciembre}
C={martes, sábado}
D={Fobos, Deimos}
E={1,2,3,5,6,10,15,30}

A={Números naturales comprendidos entre cuatro y nueve, ambos incluidos}
B={Meses del año que tienen 31 días}
C={Días de la semana que contienen la letra a}
D={Lunas del Planeta Marte}
E={Divisores del número 30}

3. Representa con un diagrama de Venn los conjuntos de las actividades 1 y 2. Define un subconjunto de cada uno de los conjuntos de las actividades 1 y 2

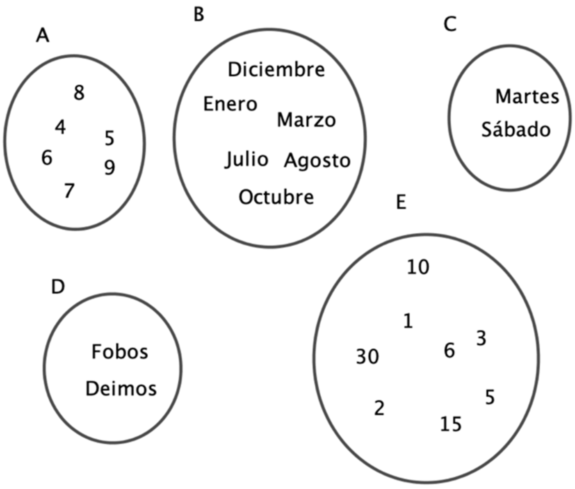
Actividad 1



Citamos algún subconjunto de cada uno de ellos

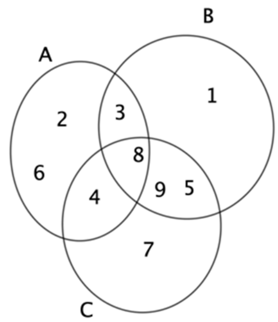
Subconjunto de A={Uvas, Kiwis}
Subconjunto de B={Primavera}
Subconjunto de C={Abril, Junio, Septiembre}
Subconjunto de D={La Tierra}
Subconjunto de E={Divisores del número 16}

Actividad 2



Citamos algún subconjunto de
cada uno de ellos
Subconjunto de A={4}
Subconjunto de B={Diciembre, Enero, Marzo}
Subconjunto de C={Martes, Sábado}
Subconjunto de D={Fobos}
Subconjunto de E={Divisores del número 15}

4. Define por extensión los conjuntos *A*, *B* y *C* a partir del diagrama de Venn



$A=\{2,3,4,6,8\}$

$B=\{1,3,5,8,9\}$

$C=\{4,5,7,8,9\}$

5. Escribe matemáticamente:

a) El número 1 pertenece al conjunto *A*.
b) El conjunto *H* está contenido en el conjunto *B*.
c) La letra *b* no pertenece al conjunto *C*.
d) El conjunto *T* no tiene ningún elemento.
e) Los conjuntos *C* y *B* tienen los mismos elementos.

a) $1 \in A$
b) $H \subset B$
c) $b \notin C$
d) $T = \varnothing$
e) $C = B$

6. Dado el conjunto:
***A*={soluciones de la ecuación $x^2-5x+6=0$ }**
¿Cuáles de los siguientes números pertenece al conjunto *A*?

a) 2 b) 5 c) –3 d) –2 e) 3 f) 0

Las soluciones de la ecuación que plantea serían 2 y 3, por tanto pertenecen al conjunto A los números de los apartados a) y e)

7. Entre los siguientes conjuntos ¿Hay alguno que sea igual a otro?

$A=\{x \in \mathbb{N} \,/\, 2 < x \leq 5\}$

$B=\{2,3,4,5\}$

$C=\{3,4,5\}$

$D=\{5,4,3,2,1\}$

$E=\{2,5,4,3\}$

El conjunto *A* es igual al conjunto *C*, esto es, *A* = *C.*
Asimismo, los conjuntos *B* y *E* son iguales ya que el orden no influye en los elementos de los conjuntos, luego *B* = *E.*

8. Completa, en tu cuaderno, con el símbolo de pertenece o no pertenece los siguientes apartados:

a) 2 ____________ $A = \{x \in \mathbb{Z} / x \geq -2\}$
b) América ____________ *B* ={continentes}
c) Estómago ___________ *C* = {órganos del aparato digestivo}
d) Gallina _____________ *D* ={animales de cuatro patas}
e) Almería ___________ *E* ={provincias de Castilla la Mancha}

$\text{a)}\,2 \in A$

$\text{b)}\,América \in B$

$\text{c)}\,Estómago \in C$

$\text{d)}\,Gallina \notin D$

$\text{e)}\,Almería \notin E$

EVALÚO MI APRENDIZAJE página 29

9. Indica si los siguientes conjuntos son finitos o infinitos, y en caso de ser finitos señala el cardinal:
***A* = {múltiplos de 15}**
***B* = {divisores de 16}**
***C* = {tipos de cuadriláteros}**
***D* = {números primos menores que 20}**

$\text{a)}\,Infinito$

$\text{b)}\,B = \{1,2,4,8,16\} \Rightarrow |B| = 5$

$\text{c)}\,C = \{Parale\log ramos, Trapecios, Trapezoides\} \Rightarrow |C| = 3$

$\text{d)}\,D = \{2,3,5,7,11,13,17,19\} \Rightarrow |D| = 8$

10. Dados los conjuntos $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ señala a cuál de ellos pertenece cada uno de los siguientes números (recuerda que puede pertenecer a más de uno)

$\textbf{a)}\,\sqrt{9} \qquad \textbf{b)}\,\frac{2}{3} \qquad \textbf{c)} -3 \qquad \textbf{d)} +7$

$\text{a)}\,\sqrt{9} \in \mathbb{N}, \sqrt{9} \in \mathbb{Z}. \sqrt{9} \in \mathbb{Q}, \sqrt{9} \in \mathbb{R}$

$\text{b)}\,\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}, \frac{2}{3} \in \mathbb{R}$

$\text{c)} -3 \in \mathbb{Z}, -3 \in \mathbb{Q}, -3 \in \mathbb{R}$

$\text{d)} +7 \in \mathbb{N}, +7 \in \mathbb{Z}. +7 \in \mathbb{Q}, +7 \in \mathbb{R}$

11. Dado el conjunto $A=\{7,8,9,10\}$. Calcula el conjunto de las partes de *A* y su cardinal.

$P(A)=\{\varnothing,\{7\},\{8\},\{9\},\{10\},\{7,8\},\{7,9\},\{7,10\},\{8,9\},\{8,10\},\{9,10\},\{7,8,9\},\{7,8,10\},\{7,9,10\},\{8,9,10\},\{7,8,9,10\}\}$
$|P(A)|=16$

12. Entre los siguientes conjuntos señala el que es conjunto vacío

a) $\boldsymbol{A}=\{\boldsymbol{x}\in\mathbb{Z}/-5\leq\boldsymbol{x}<2\}$

b) $\boldsymbol{B}=\{\boldsymbol{x}\in\mathbb{N}/-5\leq\boldsymbol{x}<0\wedge\boldsymbol{x}>6\}$

c) $\boldsymbol{C}=\{\boldsymbol{x}\in\mathbb{N}/\boldsymbol{x}>3\wedge\boldsymbol{x}\leq 5\}$

Se trata del conjunto *B*, ya que no hay ningún número que sea a la vez mayor que seis y que esté entre menos cinco y cero. El resto de conjuntos contienen algún elemento, pero no *B*.

13. Dados los conjuntos *A* = {0,1,2}, *B* = {0}, *C* = {1,2}, *D* = {0,1}, *E* = {2,1,0}. ¿Son ciertas las siguientes afirmaciones? Justifica tu respuesta.

a) $A=E$. Cierto, ya que el orden no influye.
b) $B\subset D$ Cierto, ya que *B* solo contiene al cero, que está entre los elementos de *D*.
c) $C\subset D$ No es cierto, ya que hay un elemento del conjunto *C*, el número 2, que no está en *D*.
d) $B\subset A$ Cierto, ya que el cero está entre los elementos de *A*.
e) $C=D$ No es cierto, ya que hay elementos de *C* que no están en *D* y elementos de *D* que no están en *C*.
f) $D\subset E$ Cierto, ya que todos los elementos del conjunto *D* también pertenecen a *E*.

14. Define los siguientes conjuntos por extensión, por comprensión y compáralos según la relación de inclusión

$$\boldsymbol{A}=\{\mathbf{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}\}$$
$$\boldsymbol{B}=\{\mathbf{2,3,5,7}\}$$
$$\boldsymbol{C}=\{\mathbf{3,6,9,12}\}$$
$$\boldsymbol{B}\subset\boldsymbol{A}$$

Por comprensión los conjuntos serían los siguientes:
A = {Números naturales comprendidos entre uno y diez, ambos incluidos}
B = {Números primos comprendidos entre uno y diez}
C = {Los cuatro primeros múltiplos de tres}

15. Considera los conjuntos:

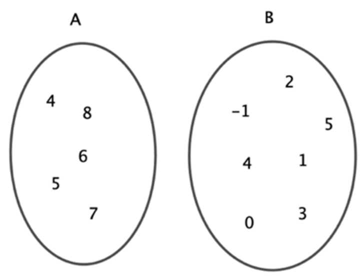
$$A = \{x \in \mathbb{N} \,/\, 3 < x \leq 8\}$$
$$B = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, -1 \leq x < 6\}$$

a) Defínelos por extensión.
b) Represéntalos con un diagrama de Venn.
c) Define los conjuntos $\overline{A}$ y $\overline{B}$.
d) Define los conjuntos $A \cup B$ y $A \cap B$.
e) Comprueba si se cumplen las leyes de Morgan.

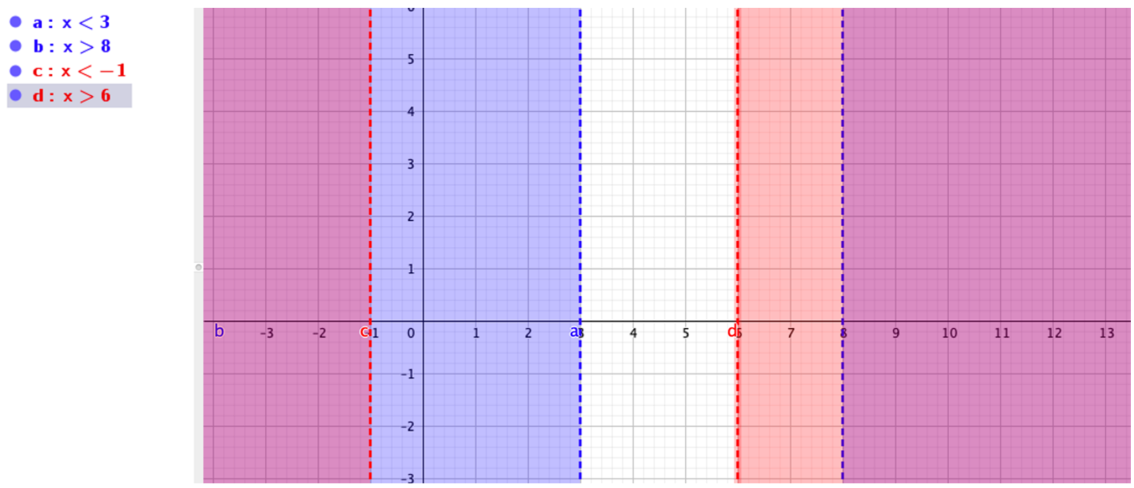
Definimos por extensión los conjuntos pedidos:

$$A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$
$$B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$
$$\overline{A} = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 3 \vee x > 8\}$$
$$\overline{B} = \{x \in \mathbb{Z} / x < -1 \vee x \geqslant 6\}$$
$$A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$
$$A \cap B = \{4, 5\}$$

En un diagrama de Venn los conjuntos A y B serían los siguientes:



La representación de sus complementarios, con GeoGebra, sería la siguiente:



Podemos comprobar que

$$\overline{A} \cup \overline{B} = \{x \in \mathbb{Z} / x \leq 3 \wedge x \geq 6\}$$
$$\overline{A} \cap \overline{B} = \{x \in \mathbb{Z} / x < -1 \wedge x > 8\}$$

Si tenemos en cuenta las definiciones de A unión B y de A intersección B dadas anteriormente, podemos concluir, calculando sus complementarios, que se cumplen las leyes de Morgan

16. Dados los conjuntos
***A* = {meses que tienen exactamente 30 días}**
***B* = {meses que tienen al menos 30 días}**
Calcula $A \cup B$ y $A \cap B$. ¿Alguno de los conjuntos está contenido en el otro?

$A = \{Abril, Junio, Septiembre, Noviembre\}$

$B = \{Enero, Marzo, Abril, Mayo, Junio, Julio, Agosto, Septiembre, Octubre, Noviembre, Diciembre\}$

$A \subset B$

$A \cup B = B$

$A \cap B = A$

17. Dados los conjuntos
***A* = {azul, rojo, amarillo}, *B* = {verde, violeta, rojo}, *C* = {amarillo, violeta, naranja}**
Calcula:

$A \cup B \cup C$ ={azul, rojo, amarillo, verde, violeta, naranja}
$A \cap B \cap C$ =$\varnothing$
$A \cup (B \cap C)$ ={azul, rojo,amarillo,violeta}
$(A \cap B) \cup C$ ={amarillo,violeta,naranja,rojo}
$A \cap (B \cup C)$ ={rojo,amarillo}
$A - B$={azul,amarillo}
$B - C$={verde,rojo}

EVALÚO MI APRENDIZAJE página 30

18. Consideramos *U* = {a,e,i,o,u}, *A* = {a,e}, *B* = {i}, *C* = {i,o}. Calcula

$\overline{A}$ ={i,o,u}
$\overline{A}\cap B$ ={i}
$\overline{B}\cup\overline{C}$ ={a,e,o,u}
$A\cup B\cup C$ ={a,e,i,o}
$(A\cap B)\cup\overline{C}$ ={a,e,u}
$B\cap C$ ={i}
$\overline{B}\cap C$ ={o}
$A-B$ =A
$(A\cap B)\cup C$ =C
$A-\overline{B}$ =∅
$A\cup B$ ={a,e,i}
$\overline{A}\cap\overline{B}$ ={o,u}
$C-B$ ={o}
$(B\cup C)\cap A$ =∅
$A\cap\overline{B}\cap C$ =∅

19. Consideramos el conjunto U de los números naturales desde uno a diez, y consideramos los conjuntos:

A= {divisores de 10}

$$B=\{x\in\mathbb{N}\,/\,3<x\leq 8\}$$

Halla los siguientes conjuntos:

Por extensión tenemos *A* = {1,2,5,10} y B={4,5,6,7,8}

$\overline{A}=\{3,4,6,7,8,9\}$

$\overline{B}=\{1,2,3,9,10\}$

$A\cup B=\{1,2,4,5,6,7,8,10\}$

$\overline{A}\cap\overline{B}=\{3,9\}$

$A-\overline{B}=\{5\}$

20. ¿Algún conjunto es disjunto consigo mismo? Justifica tu respuesta

El conjunto vacío es disjunto con cualquier otro conjunto, incluido él mismo.

21. A Lara le gusta coleccionar fichas de animales. Tiene en su casa las de los siguientes animales: tiburón, gato, loro, tigre, pez espada, pato, caballo, burro, lechuza, atún y cocodrilo. Si consideramos los conjuntos A= {animales que andan}, B= {animales que vuelan} y C={animales que nadan}:

a) Represéntalos con un diagrama de Venn.

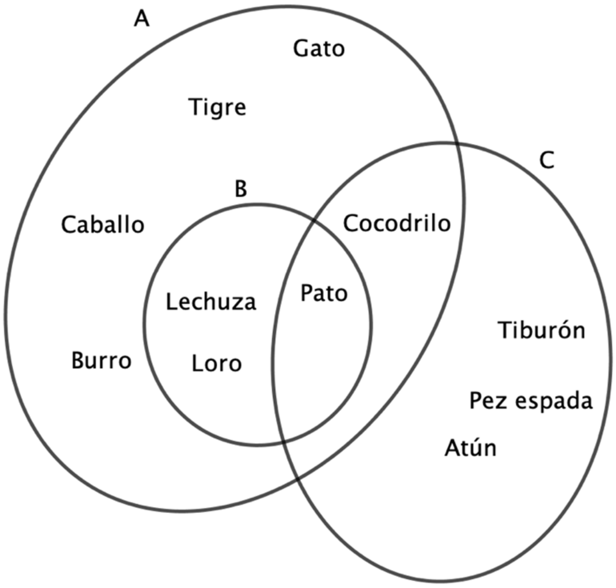
b) Calcula el cardinal de cada uno de ellos

c) Calcula los cardinales de $A \cup B$ **y** $A \cup B \cup C$

$$A = \{gato,\ loro,\ tigre,\ pato,\ caballo,\ burro,\ lechuza,\ cocodrilo\}$$

$$B = \{loro,\ lechuza,\ pato\}$$

$$C = \{tiburón,\ pez\ espada,\ pato,\ atún,\ cocodrilo\}$$



b) Los cardinales serían

$$|A| = 8$$

$$|B| = 3$$

$$|C| = 5$$

c) Calculamos los cardinales

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 8 + 3 - 3 = 8$$

$$|A \cup B \cup C| = 11$$

22. Demuestra las siguientes igualdades de conjuntos:

$$\boldsymbol{A=(A\cap B)\cup(A-B)}$$

$$\boldsymbol{(A-B)\cap(A-C)=A-(B\cup C)}$$

$$\boldsymbol{A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)}$$

Empezamos por la primera. Comprobamos que cualquier elemento de A está en la unión y luego al contrario:

$\Rightarrow$

$$x\in A\Rightarrow\begin{cases} x\in B\Rightarrow x\in A\cap B \\ \vee \quad x\notin B\Rightarrow x\in A-B\end{cases}$$

$$x\in(A\cap B)\cup(A-B)$$

$\Leftarrow$

$$x\in(A\cap B)\cup(A-B)\Rightarrow$$

$$x\in A\cap B\Rightarrow x\in A\wedge x\in B$$

$$\vee \quad x\in A-B\Rightarrow x\in A\wedge x\notin B$$

$$x\in A$$

En cuanto a la segunda igualdad, aplicamos el mismo procedimiento:

$\Rightarrow$

$$x\in(A-B)\cap(A-C)\Rightarrow\begin{cases} x\in(A-B)\Rightarrow x\in A\wedge x\notin B \\ \wedge \quad x\in A-C\Rightarrow x\in A\wedge x\notin C\end{cases}$$

$$x\in A\wedge x\notin B\cup C\Rightarrow x\in A-(B\cup C)$$

$\Leftarrow$

$$x\in A-(B\cup C)\Rightarrow\begin{cases} x\in A \\ \wedge \quad x\notin B\cup C\end{cases}$$

$$\begin{cases} x\in A \\ \wedge \quad x\notin B\wedge \quad x\notin C\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x\in A\wedge \quad x\notin B \\ \wedge \quad x\in A \quad \wedge \quad x\notin C\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} x\in A-B \\ x\in A-C\end{cases}\Rightarrow x\in(A-B)\cap(A-C)$$

Por último, la tercera igualdad:

$\Rightarrow$

$$x \in A-(B\cap C) \Rightarrow \begin{cases} x\in A \\ \wedge \quad x\notin B\cap C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\in A \\ \wedge \quad x\notin B \wedge \quad x\notin C \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\in A \wedge \quad x\notin B \\ x\in A \wedge \quad x\notin C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\in A-B \\ x\in A-C \end{cases} \Rightarrow x\in (A-B)\cup(A-C)$$

$\Leftarrow$

$$x\in (A-B)\cup(A-C) \Rightarrow \begin{cases} x\in A-B \\ \vee \quad x\in A-C \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x\in A \wedge \quad x\notin B \\ \vee \quad x\in A \wedge \quad x\notin C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\in A \\ \wedge \quad x\notin B\cap C \end{cases}$$

$x\in A-(B\cap C)$

23. Consideramos el conjunto universal U de los divisores del número 210. Consideramos, dentro de U, los conjuntos *A* = {números pares}, *B* = {números impares} y *C* = {números primos}. Define por extensión:

$$\boldsymbol{\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}, A\cup C, B\cap C, \overline{A}\cap C, A-C, \overline{B}\cup\overline{C}}$$

$U=\{1,2,3,5,6,7,10,14,15,21,30,35,42,70,105,210\}$

$A=\{2,6,10,14,30,42,70,210\}$

$B=\{1,3,5,7,15,21,35,105\}$

$C=\{2,3,5,7\}$

$\overline{A}=B=\{1,3,5,7,15,21,35,105\}$

$\overline{B}=A=\{2,6,10,14,30,42,70,210\}$

$\overline{C}=\{1,6,10,14,15,21,30,35,42,70,105,210\}$

$A\cup C=\{2,3,5,6,7,10,14,30,42,70,210\}$

$B\cap C=\{3,5,7\}$

$\overline{A}\cap C=\{3,5,7\}$

$A-C=\{6,10,14,30,42,70,210\}$

$\overline{B}\cup\overline{C}=\{1,2,6,10,14,15,21,30,35,42,70,105,210\}$

24. Sea el conjunto A, cuyo cardinal es 10, y el conjunto B cuyo cardinal es 7. Se sabe que la intersección de ambos contiene tres elementos. ¿Cuál será el cardinal de la unión?

$|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|=10+7-3=14$

25. En el equipo de debate de un centro educativo están Laura, Alicia, Jaime y Mikel. En el equipo de ciencias del mismo centro están Alicia, Jaime, Juan y Rita. ¿Quiénes están en los dos equipos? ¿Quiénes pertenecen al menos a uno de los equipos?¿Quiénes pertenecen únicamente al equipo de debate?¿quiénes al equipo de ciencias?

Consideramos los conjuntos *C* y *D*, y calculamos su unión e intersección:

$D = \{Laura, Alicia, Jaime, Miguel\}$

$C = \{Alicia, Jaime, Juan, Rita\}$

$D \cap C = \{Alicia, Jaime\}$

$D \cup C = \{Laura, Alicia, Jaime, Miguel, Juan, Rita\}$

26. En una clase del centro educativo tenemos 23 personas que han aprobado lengua o matemáticas, diez que han aprobado lengua y matemáticas, y quince que han aprobado solo lengua. ¿Cuántos han aprobado solo matemáticas?

$A = \{aprobado \quad Matemáticas\}$

$|A| = x$

$B = \{aprobado \quad Lengua\}$

$|B| = 15$

$|A \cap B| = 10$

$|A \cup B| = 23$

$23 = x + 15 - 10 \Rightarrow x = 18$

27. En una encuesta a un grupo de personas, sobre si prefieren mar o montaña, tenemos que cinco de ellos marcan las dos opciones, diez marcan mar o montaña y siete de ellos prefieren el mar.
¿Cuántas personas de ese grupo prefieren la montaña?

$A = \{Mar\}$

$B = \{Montaña\}$

$|A \cup B| = 10$

$|A| = 7$

$|A \cap B| = 5$

$10 = 7 + |B| - 5 \Rightarrow |B| = 8$

28. En una academia de idiomas hay 15 alumnos y alumnas que estudian inglés y 17 que estudian francés; tenemos en cuenta que hay seis que están en los dos idiomas a la vez, ¿cuántos alumnos y alumnas hay en la academia?

$I = \{Inglés\}$

$F = \{Francés\}$

$|I| = 15$

$|F| = 17$

$|I \cap F| = 6$

$|I \cup F| = 15 + 17 - 6 = 26$

EVALÚO MI APRENDIZAJE página 31

29. En una escuela deportiva hay matriculados 40 alumnos, de los cuales 17 juegan al fútbol, 35 al baloncesto y hay 12 que juegan a fútbol y baloncesto. ¿Cuántos alumnos juegan solo al fútbol?¿Cuántos juegan solo a baloncesto?

$F = \{Fútbol\}$

$B = \{Baloncesto\}$

$|F| = 17$

$|B| = 35$

$|F \cap B| = 12$

$solo \quad Fútbol = 17 - 12 = 5$

$solo \quad Baloncesto = 35 - 12 = 23$

30. En un club de lectura se da a elegir entre tres libros para la lectura y debate. El club consta de 80 personas, de las cuales 50 prefieren el primer libro, 35 prefiere el segundo y 18 el tercero. Cinco de ellas han elegido los tres libros y 15 no han elegido ninguno de los tres.

a) ¿Cuántas personas han elegido solo un libro?

b) ¿Cuántas han marcado dos libros?

c) ¿Cuántas han marcado como mucho dos libros?

$A = \{Libro1\}$

$B = \{Libro2\}$

$C = \{Libro3\}$

$|A \cup B \cup C| = 80 - 15 = 65$

$|A| = 50$

$|B| = 35$

$|C| = 18$

$|A \cap B \cap C| = 5$

$$\left|A\cup B\cup C\right|=|A|+|B|+|C|-\left|A\cap B\right|-\left|A\cap C\right|-\left|B\cap C\right|+\left|A\cap B\cap C\right|$$
$$65=50+35+18-\left|A\cap B\right|-\left|A\cap C\right|-\left|B\cap C\right|+5$$
$$\left|A\cap B\right|+\left|A\cap C\right|+\left|B\cap C\right|=43$$

Han elegido dos o tres libros un total de 43+5=48 personas, luego un solo libro 65–48=17 personas.

31. Hemos comprado 12 pares de calcetines blancos y 7 pares de calcetines negros, pero los hemos mezclado todos en el cajón. ¿Cuántos calcetines tenemos que sacar para tener al menos un par (dos calcetines que sean del mismo color)?

Hay 24 calcetines blancos y 14 calcetines negros, luego para asegurarnos dos del mismo color habría que sacar 15 calcetines.

32. En un restaurante se ofrece menú del día a elegir entre tres primeros y cuatro segundos. ¿De cuántas formas diferentes podemos comer allí?

$$A=\{\mathrm{Pr}\,imeros\}$$
$$B=\{Segundos\}$$
$$|A|=3$$
$$|B|=4$$
$$|AxB|=|A||B|=12$$

33. En el restaurante anterior nos dan la opción de elegir solo un plato (o bien un primero o bien un segundo). ¿De cuántas formas diferentes podemos comer en este caso?

$$|A\cup B|=|A|+|B|=3+4=7$$

34. En un examen de matemáticas tenemos dos preguntas de cada bloque de contenidos (análisis, álgebra, geometría y estadística); cada una de estas preguntas contiene tres apartados, y cada apartado dos subapartados. ¿De cuántos subapartados consta el examen?

Aplicando el principio de la multiplicación sería 2x4x3x2=48

35. En una encuesta preguntamos a la población si prefiere campo o ciudad. 46 personas prefieren campo y 38 prefieren ciudad, habiendo diez de ellos que han marcado las dos cosas, 6 no saben/no contestan. ¿A cuántas personas se han entrevistado?

$$A=\{Campo\}$$
$$B=\{Ciudad\}$$
$$|A|=46$$
$$|B|=38$$
$$|A\cap B|=10$$
$$|A\cup B|=46+38-10=74$$

Hay 74 personas que prefieren campo o ciudad, más los seis que no han contestado hace un total de 80 personas encuestadas.

36. Tenemos una cuadra de caballos donde contamos 60 patas, ¿cuántos ojos habrá?

Aplicamos el principio de la división $\frac{60}{4}=15$

Tenemos 15 caballos, por tanto 30 ojos.

37. En un grupo de 400 personas, ¿podemos asegurar que al menos hay dos de ellos que coinciden en la fecha de cumpleaños?

Si, aplicando el principio del palomar. Las personas serían las palomas (y tenemos 400) y los días del año los nidos (365 en un año no bisiesto). Al tener más palomas que palomares al menos dos coincidirán

38. En cualquier fiesta, ¿habrá al menos dos personas que tengan el mismo número de amigos?

Si, aplicando de nuevo el principio del palomar. En una fiesta de n personas (las personas serían las palomas) tendremos que cada uno de ellos tiene n–1 amigo, al no considerarnos amigos de nosotros mismos (el número de amigos serían los nidos). Si alguien no tiene ningún amigo consideramos el subgrupo de los que tienen al menos un amigo y planteamos el mismo procedimiento. Por tanto, al tener más palomas que nidos, al menos dos personas tienen el mismo número de amigos.

39. Llegan tres niños nuevos a la guardería, que dispone de dos clases. ¿Podemos afirmar que al menos dos de esos niños compartirán clase?

Sí, de nuevo aplicando el principio del palomar. Tenemos tres niños o niñas (palomas) y tan solo dos clases (nidos).

40. En una revista se ofrecen 26 puestos de trabajo. 13 deben ser redactores, 15 fotógrafos y 10 maquetadores. De éstos, 7 deben ser redactores y fotógrafos, 5 fotógrafos y maquetadores y 2 redactores y maquetadores.

a) ¿Cuántos deben ser las tres cosas a la vez?

b) ¿Cuántos que sean solo redactores pueden optar al empleo?

a) Aplicamos el principio de inclusión–exclusión para más de dos conjuntos:

$$
\begin{aligned}
&A=\{Redactores\}\\
&B=\{Fotó graf os\}\\
&C=\{Maquetadores\}\\
&|A\cup B\cup C|=26\\
&|A|=13\\
&|B|=15\\
&|C|=10\\
&|A\cap B|=7\\
&|B\cap C|=5\\
&|A\cap C|=2\\
&26=13+15+10-7-5-2+|A\cap B\cap C|\\
&|A\cap B\cap C|=2
\end{aligned}
$$

b) Que sean solo redactores sería el total de redactores menos lo que son redactores además de otra profesión, sumando los que son las tres cosas a la vez (en caso contrario los estaríamos restando dos veces):

$$13 - 7 - 2 + 2 = 6$$

41. Tenemos una liga de fútbol con n equipos que se enfrentan entre sí jugando partidos todos los fines de semana hasta que al final se enfrenten todos contra todos. Prueba que al acabar cada fin de semana siempre hay dos equipos que han jugado, hasta ese momento, el mismo número de partidos.

Aplicamos el principio del palomar. Los equipos serían las palomas, por tanto tenemos n palomas. El número de partidos al acabar cada fin de semana, los nidos en nuestro caso, siempre será menor que n, y como mucho n–1 cuando hayan jugado todos contra todos (cada equipo juega con los n–1 restantes). Por tanto, efectivamente, cada fin de semana tenemos al menos dos equipos que han jugado el mismo número de partidos.

42. Adila tiene una pequeña biblioteca en su casa con libros de cada uno de sus géneros favoritos: aventuras, novela negra y juvenil. Su amigo Adrien tiene también su biblioteca con los géneros que más le gustan: fantasía, aventuras y novela histórica. Una amiga común, Laura, les pide un libro a cada uno para leer. ¿De qué géneros tendría los libros? ¿y si les pide un género que les guste a ambos?

Si llamamos A al conjunto de los géneros literarios de Adila, tenemos

A={Aventuras, Novela Negra, Juvenil}

Llamamos B al conjuntos de los géneros literarios que tiene Adrien

B={Fantasía, Aventuras, Novela Histórica}

Tenemos

AxB={(Aventuras, Fantasía),(Aventuras, Aventuras),(Aventuras, Novela Histórica),
(Novela Negra, Fantasía),(Novela Negra, Aventuras),(Novela Negra, Novela Histórica),
(Juvenil, Fantasía),(Juvenil, Aventuras),(Juvenil, Novela Histórica)}

A∪B={Aventuras, Novela Negra, Juvenil, Fantasía, Novela Histórica}

$$|AxB| = |A| \cdot |B| = 9$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 3 + 3 - 1 = 5$$

En caso del género que les guste a ambos sería Aventuras, al ser el único elemento de la intersección de A y B

43. Se pregunta en un grupo de personas si prefieren enterarse de las noticias del día a través del periódico o a través de los informativos en televisión. Diez personas eligieron periódico, doce televisión y hay cuatro personas que prefieren las dos cosas.

a) ¿Cuántas personas hay en el grupo?

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 10 + 12 - 4 = 18$$

b) ¿Cuántas personas ven solo los informativos de la tele?

Serían doce personas menos las cuatro que además de la tele leen el periódico, en total ocho personas.

c) ¿Cuántas personas solo leen el periódico?

En este caso a los diez que eligieron periódico le restamos los cuatro que marcaron ambas cosas, obteniendo seis personas.

PROYECTO página 32

El proyecto que se presenta es abierto, y depende de las características y las instalaciones de las que disponga el centro.

Damos ideas acerca del tipo de actividades que se pueden plantear en los siguientes enlaces:

Listado de actividades deportivas

https://deportes.castillalamancha.es/depormap/mapa–depormap/listado–tipo–actividades

Juegos de ingenio

https://www.ludoteka.com/

Juegos clásicos infantiles

https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/juegos–clasicos–infantiles/

Para la elaboración del proyecto se ha de tener en cuenta el número de líneas del centro y total de grupos, si el centro dispone de grupos de bachillerato y/o ciclos, o si solo dispone de E.S.O.