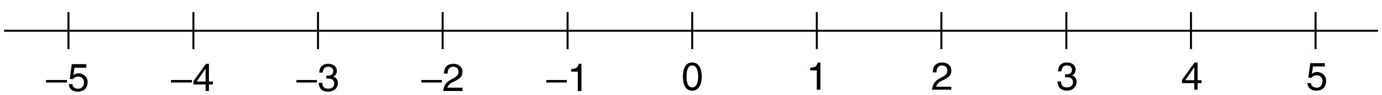
1 Sentido numérico

¿QUÉ SON LOS NÚMEROS ENTEROS?

Los números enteros son los números formados por el cero, por los números naturales (los que utilizamos habitualmente para contar) y sus opuestos, es decir, estos mismos números pero con signo negativo.

Los números enteros se suelen representar en una línea recta horizontal centrada en el cero, donde los números positivos se sitúan a la derecha y los negativos a la izquierda:



SUMA Y RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

- Para sumar dos números enteros interpretamos cada uno como una variación:

  +5 nos indica avanzar 5 –7 nos indica retroceder 7

EJEMPLO:
(+5) + (–7) = –2
Avanzar 5 y retroceder 7 equivale a retroceder 2.

- Para restar un número entero basta con hacer lo contrario de lo que nos indica:

EJEMPLO:
(+4) – (–1) = +5
Avanzar 4 y avanzar 1 equivale a avanzar 5.

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

- Para multiplicar o dividir dos números enteros, basta con que multipliques o dividas el valor absoluto de los números y añadas al resultado el signo en función de las reglas de los signos.

Reglas de los signos para la multiplicación	Reglas de los signos para la división
Positivo · Positivo = Positivo	Positivo : Positivo = Positivo
Positivo · Negativo = Negativo	Positivo : Negativo = Negativo
Negativo · Positivo = Negativo	Negativo : Positivo = Negativo
Negativo · Negativo = Positivo	Negativo : Negativo = Positivo

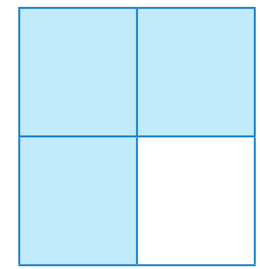
FRACCIONES EQUIVALENTES

- Las fracciones son números que nos permiten expresar la parte de un total. Están formadas por dos números enteros escritos de la siguiente forma:

$$\frac{3}{4}$$

El número superior, el **numerador,** nos indica las partes que tomamos.

El número inferior, el **denominador,** nos indica en cuántas partes dividimos el total.



- Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma cantidad. Podemos obtener fracciones equivalentes a una dada multiplicando o dividiendo el numerador y el denominador por el mismo número.

EJEMPLO $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$

Ya que si multiplicamos 5 y 6 por 3 obtenemos 15 y 18

SUMA, RESTA, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

- Para sumar y restar fracciones debes conseguir que todas las fracciones tengan el mismo denominador. Para ello buscarás la fracción equivalente a cada una de ellas que tenga como denominador el mínimo común múltiplo de todos los denominadores.

EJEMPLO $\frac{7}{4}+\frac{5}{6}=\frac{21}{12}+\frac{10}{12}=\frac{21+10}{12}=\frac{31}{12}$ $\quad$ $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}=\frac{2}{4}-\frac{3}{4}=\frac{2-3}{4}=-\frac{1}{4}$

- Para multiplicar fracciones basta con multiplicar sus numeradores y sus denominadores entre sí. Si hay fracciones negativas, aplicamos la regla de los signos.

EJEMPLO $\frac{4}{7}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4\cdot 2}{7\cdot 5}=\frac{8}{35}$ $\quad$ $\frac{1}{6}\cdot\left(-\frac{3}{10}\right)=-\frac{1\cdot 3}{6\cdot 10}=-\frac{3}{60}=-\frac{3:3}{60:3}=-\frac{1}{20}$

- Para dividir dos fracciones, multiplicamos la primera por la inversa de la segunda. Esta inversa se obtiene cambiando de posición el numerador y el denominador.

EJEMPLO $\frac{5}{11}:\frac{2}{3}=\frac{5}{11}\cdot\frac{3}{2}=\frac{5\cdot 3}{11\cdot 2}=\frac{15}{22}$?????????? $\left(-\frac{3}{4}\right):\left(-\frac{7}{9}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{9}{7}\right)=\frac{3\cdot 9}{4\cdot 8}=\frac{27}{28}$

1 Sentido numérico

3. Números decimales

CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES		
Números decimales exactos	Tienen un número finito de cifras decimales.	12,05 –1,6
Números decimales periódicos	Tienen infinitas cifras decimales que se repiten continuamente. Estas cifras que se repiten se denominan *periodo*. Para indicar qué cifras forman el periodo se utiliza un arco sobre ellas.	
Periódicos puros	Todas las cifras decimales se repiten, es decir, forman parte del periodo.	$0{,}3333\ldots = 0{,}\widehat{3}$ $-12{,}\ 7373\ldots = 12{,}\widehat{73}$
Periódicos mixtos	No todas las cifras decimales se repiten y por lo tanto hay cifras decimales fuera del periodo.	$31{,}\ 788888\ldots = 31{,}7\widehat{8}$ $-4{,}017575\ldots = -4{,}01\widehat{75}$
Números irracionales	Tienen infinitas cifras decimales pero no hay un periodo que se repita. Estos números no son números racionales lo que quiere decir que no pueden escribirse como una fracción.	$\pi = 3{,}141592\ldots$ $\sqrt{2} = 1{,}41421\ldots$

FRACCIÓN GENERATRIZ

Fracción generatriz de un decimal exacto

En el numerador se escribe el número decimal sin coma y en el denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga.

EJEMPLO $$0{,}125 = \frac{125}{1\,000} = \frac{1}{8}$$

Fracción generatriz de un decimal periódico puro

En el numerador se escribe el número sin coma hasta el final del periodo y se le resta la parte entera, en el denominador se ponen tantos nueves como cifras tenga el periodo.

EJEMPLO $$1{,}\overset{\frown}{3} = \frac{13 - 1}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

Fracción generatriz de un decimal periódico mixto

En el numerador se escribe el número sin coma hasta el final del periodo y se le resta la parte entera y el anteperiodo; en el denominador se ponen tantos nueves como cifras tenga el periodo y tantos ceros como cifras tenga el anteperiodo.

EJEMPLO $$2{,}1\overset{\frown}{6} = \frac{216 - 21}{90} = \frac{195}{90} = \frac{13}{6}$$

REDONDEO

Se denomina redondeo a eliminar las cifras decimales a partir de una señalada.

Si la primera cifra que eliminamos es 5 o mayor, sumamos 1 a la última cifra que se escribe.

Si la cifra es menor que 5, la última cifra que se escribe permanece igual.

EJEMPLO

Redondeamos a las centésimas

32,179 @32,18

0,0232 @0,02

POTENCIAS

Una potencia sirve para expresar de forma resumida el producto repetido de un número por sí mismo. Este número se llama base. Las veces que hay que multiplicarlo vienen dadas por el exponente:

$$\boxed{\text{BASE}} \rightarrow a^{n} \leftarrow \boxed{\text{EXPONENTE}}$$

$$a^{n} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

Un exponente negativo significa que debemos multiplicar **el inverso de la base** por sí mismo las veces que nos indique el exponente.

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Cuando las bases son iguales		
Al multiplicar dos potencias con la misma base, se obtiene otra potencia con la misma base y la suma de los exponentes.		$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
EJEMPLOS	$3^5 \cdot 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$	$10^4 \cdot 10^{-7} = 10^{4+(-7)} = 10^{-3}$
Al dividir dos potencias con la misma base, se obtiene otra potencia con la misma base y la resta de los exponentes.		$a^n : a^m = a^{n-m}$
EJEMPLOS	$5^8 : 5^6 = 5^{8-6} = 5^2$	$(-2)^3 : (-2)^{-5} = (-2)^{3-(-5)} = (-2)^8$
Una potencia elevada a otra potencia da como resultado una potencia con la misma base y ambos exponentes multiplicados.		$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
EJEMPLOS	$(4^6)^2 = 4^{6 \cdot 2} = 4^{12}$	$[(-13)^5]^{-3} = (-13)^{5 \cdot (-3)} = (-13)^{-15}$

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Cuando los exponentes son iguales

Al multiplicar dos potencias con el mismo exponente, se obtiene otra potencia cuya base es el producto de esas bases y el mismo exponente.		$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
EJEMPLOS	$8^3 \cdot 5^3 = (8 \cdot 5)^3 = 40^3$	$(-2)^7 \cdot 10^7 = [(-2) \cdot 10]^7 = (-20)^7$

Esta propiedad también puede utilizarse en sentido inverso para descomponer una potencia en un producto de potencias.

EJEMPLO: $12^7 = (3 \cdot 4)^7 = 3^7 \cdot 4^7$

Al dividir dos potencias con el mismo exponente, se obtiene otra potencia cuya base es la división de esas bases y el mismo exponente.		$a^n : b^n = (a : b)^n$
EJEMPLOS	$30^2 : 3^2 = (30 : 3)^2 = 10^2$	$12^4 : 5^4 = (12 : 5)^4 = \left(\dfrac{12}{5}\right)^4$

Esta propiedad también puede utilizarse para calcular la potencia de una fracción.

EJEMPLO: $\left(\dfrac{5}{2}\right)^3 = \dfrac{5^3}{2^3} = \dfrac{125}{8}$

RADICAL DE ÍNDICE *n*, O RAÍZ N-ÉSIMA

Se denomina **radical de índice *n*** de un número *a*, o **raíz *n*-ésima** de un número *a*, al número que elevado a *n* nos da *a*.
De esta forma, diremos que *b* es la raíz *n*-ésima de *a* siempre que $b^n = a$

$$\sqrt[n]{a} = b \qquad \text{siempre que} \qquad b^n = a$$

EJEMPLO

Resolver $\sqrt[3]{216}$

1. Descomponemos el radicando en factores primos:

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

2. Como es una raíz cúbica, intentamos agrupar los factores en tres grupos iguales:

$$216 = 2^3 \cdot 3^3 = 6^3$$

$$\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6$$

Los **divisores** de un número natural son los números que lo dividen de forma exacta.

EJEMPLOS

- Los divisores de 15 son: 1, 3, 5 y 15.
- Si divides 15 entre estos números, el resultado es exacto.

Los **múltiplos** de un número natural son aquellos que obtenemos al multiplicarlo por otros números naturales o por él mismo.

EJEMPLOS

- Los múltiplos de 4 son: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, ...
- Todos ellos se obtienen al multiplicar 4 por un número natural.

Algunas curiosidades sobre múltiplos y divisores

- Los múltiplos de un número son infinitos.
- Un número es siempre múltiplo y divisor de sí mismo.
- El 1 es divisor de todos los números.

7. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el más pequeño de los múltiplos comunes a todos ellos.

Podemos buscarlo analizando la lista de los múltiplos de cada uno de los números hasta que encontremos una coincidencia.

EJEMPLO

Para buscar el mínimo común múltiplo de 15 y 20 escribimos los primeros múltiplos de cada uno y elegimos el menor de los números que aparecen en ambas listas:

- Múltiplos de 15: 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150...
- Múltiplos de 20: 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180...
- Como puedes ver, el múltiplo común más pequeño es el 60. Lo escribimos de la siguiente forma: **mcm (15, 20) = 60.**

El máximo común divisor de dos o más números es el más grande de los divisores comunes a todos ellos.

Podemos buscarlo escribiendo la lista de todos los divisores de cada uno de los números y seleccionando el mayor número que sea divisor de todos.

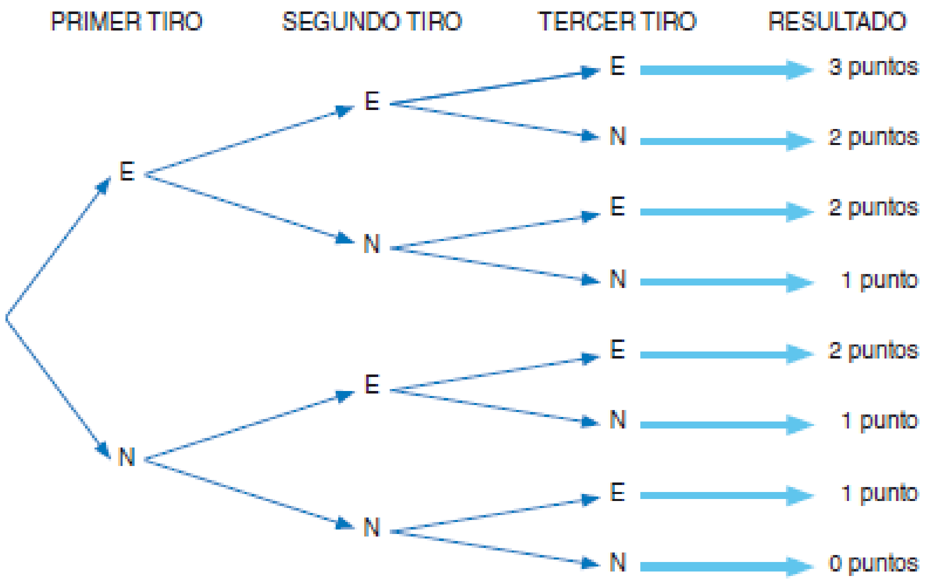
EJEMPLO

Para buscar el máximo divisor de 30 y 45 escribimos todos los divisores de ambos números y elegimos el mayor que aparece en ambas listas.

Divisores de 30:		Divisores de 45:	
1	30	1	45
2	15	3	15
3	10	5	9
5	6		

Como puedes ver, el mayor divisor común a 30 y 45 es 15. Lo escribimos de la siguiente forma: **mcd (30, 45) = 15.**

Diagramas en árbol



Tablas de contingencia

	Margarita	Barbacoa	Suprema	Hawaiana	TOTAL
Fina	12	5	8	3	28
Clásica	15	7	10	4	36
Queso	6	7	7	2	22
TOTAL	33	19	25	9	86