

**UNIDAD 1: Números y fracciones**

**EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 10**

**1. Calcula:**

- a)  $-22 - 16 = -38$
- b)  $-25 + 34 = 9$
- c)  $15 - 23 = -8$
- d)  $-18 + 6 = -12$
- e)  $45 - 63 = -18$
- f)  $-19 + 35 = 16$
- g)  $-51 + 15 = -36$
- h)  $35 - 54 = -19$
- i)  $-43 - 72 = -115$

**2. Calcula:**

- a)  $-2 + 3 - 4 + 5 - 7 + 12 - 3 = 4$
- b)  $-13 + 5 - 7 + 8 - 9 + 12 = -4$

**3. Ordena de mayor a menor:**

$$7 > 4 > -2 > -5 > -1000 > -1001$$

**EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 11**

**4. Encuentra dos números irracionales comprendidos entre 3,41 y 3,4101.**

Números racionales:  $3,41 < 3,41002 < 3,41008 < 3,4101$

Números irracionales:  $3,41 < 3,410010001\dots < 3,410011000111\dots < 3,4101$

**5. Calcula:**

- a)  $-3(-2) + (-5)(-2) + 3(-7) = 6 + 10 - 21 = -5$
- b)  $-3^4 = -81$
- c)  $(-2)^5 = -32$
- d)  $(-1)^{15} = -1$
- e)  $-2^6 = -64$
- f)  $-2 - 3(-4) + 2(8 - 12) = -2 + 12 + 2(-4) = -2 + 12 - 8 = 2$
- g)  $-5 + 3[4 + 2(-5)] = -5 + 3[4 - 10] = -5 + 3[-6] = -5 - 18 = -23$
- h)  $2 \cdot (-3)^2 + (-1)^5 = 2 \cdot (+9) + (-1) = 18 - 1 = 17$
- i)  $-(3 + 5)(-2)^3 = -8(-8) = 64$

$$j) \quad -[-1+4(-2-5)-3(-1)^{17}] = -[-1+4(-7)-3(-1)] = -[-1-29+3] = -[-27] = 27$$

**EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 12**
**6. Determina si son primos o no los siguientes números:**

- 371 no es primo ya que es divisible por 7
- 121 no es primo ya que es divisible por 11
- 91 no es primo ya que es divisible por 7
- 157 es primo ya que no es divisible por 2,3,5,7,11. Si fuera divisible por un primo más alto, tendríamos que  $157 = p \cdot n$  con  $p$  y  $n$  mayores o iguales que 13, lo cual es imposible.

**7. Determina si 2, 3, 5 u 11 dividen a los siguientes números utilizando los criterios de divisibilidad.**

- 2325
  - No es divisible por 2 ya su última cifra es impar.
  - Es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $2+3+2+5=12$ .
  - Es divisible por 5 ya que termina en 5.
  - No es divisible por 11 ya que  $(3+5)-(2+2)=4$
- 6710
  - Es divisible por 2 ya su última cifra es cero.
  - No es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $6+7+1+0=14$ .
  - Es divisible por 5 ya que termina en 0.
  - Es divisible por 11 ya que  $(6+1)-(7+0)=0$
- 53801
  - No es divisible por 2 ya su última cifra es impar.
  - No es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $5+3+8+0+1=17$ .
  - No es divisible por 5 ya que termina en 1.
  - Es divisible por 11 ya que  $(5+8+1)-(3+0)=11$
- 245740
  - Es divisible por 2 ya su última cifra es par.
  - No es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $2+4+5+7+4+0=22$ .
  - Es divisible por 5 ya que termina en 0.
  - Es divisible por 11 ya que  $(2+5+4)-(4+7+0)=0$

**8. Descompón en factores primos los siguientes números:**

- $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$
- $875 = 5^3 \cdot 7$
- $108 = 2^2 \cdot 3^3$
- $1188 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 11$
- $728 = 2^3 \cdot 7 \cdot 13$
- $27720 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

- g)  $495 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11$   
 h)  $4851 = 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11$

**EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 13**

9. Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de:

- a) 36; 54  
 $36 = 2^2 \cdot 3^2$ ;  $54 = 2 \cdot 3^3 \Rightarrow MCD(36; 54) = 2 \cdot 3^2 = 18$   $mcm(36; 54) = 2^2 \cdot 3^3 = 108$
- b) 18; 24  
 $18 = 2 \cdot 3^2$ ;  $24 = 2^3 \cdot 3 \Rightarrow MCD(18; 24) = 2 \cdot 3 = 6$   $mcm(18; 24) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$
- c) 120; 16  
 $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ ;  $16 = 2^4 \Rightarrow MCD(120; 16) = 2^3 = 8$   $mcm(120; 16) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$
- d) 140; 210  
 $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$ ;  $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$   
 $MCD(140; 210) = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$   $mcm(140; 210) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$
- e) 3200; 360  
 $3200 = 2^7 \cdot 5^2$ ;  $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$   
 $MCD(3200; 360) = 2^3 = 8$   $mcm(3200; 360) = 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 28800$
- f) 125; 35  
 $125 = 5^3$ ;  $35 = 5 \cdot 7 \Rightarrow MCD(125; 35) = 5$   $mcm(125; 35) = 5^3 \cdot 7 = 875$
- g) 810; 450  
 $810 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5$ ;  $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$   
 $MCD(810; 450) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$   $mcm(810; 450) = 2 \cdot 3^4 \cdot 5^2 = 4050$
- h) 48; 72  
 $48 = 2^4 \cdot 3$ ;  $72 = 2^3 \cdot 3^2 \Rightarrow MCD(48; 72) = 2^3 \cdot 3 = 24$   $mcm(48; 72) = 2^4 \cdot 3^2 = 144$

10. Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de:

- a) 12; 16; 18  
 $12 = 2^2 \cdot 3$ ;  $16 = 2^4$ ;  $18 = 2 \cdot 3^2$   
 $MCD(12; 16; 18) = 2 \cdot 3 = 6$   $mcm(12; 16; 18) = 2^4 \cdot 3^2 = 36$
- b) 12; 24; 36  
 $12 = 2^2 \cdot 3$ ;  $24 = 2^3 \cdot 3$ ;  $36 = 2^2 \cdot 3^2$   
 $MCD(12; 24; 36) = 2^2 \cdot 3 = 12$   $mcm(12; 24; 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$
- c) 21; 35; 49  
 $21 = 3 \cdot 7$ ;  $35 = 5 \cdot 7$ ;  $49 = 7^2$   
 $MCD(21; 35; 49) = 7$   $mcm(21; 35; 49) = 3 \cdot 5 \cdot 7^2 = 735$
- d) 6; 8; 18

$$6 = 2 \cdot 3; 8 = 2^3; 18 = 2 \cdot 3^2$$

$$MCD(6; 8; 18) = 2 \quad mcm(6; 8; 18) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

e) 4; 12; 18

$$4 = 2^2; 12 = 2^2 \cdot 3; 18 = 2 \cdot 3^2$$

$$MCD(4; 12; 18) = 2 \quad mcm(4; 12; 18) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

f) 5; 10; 21

$$5 = 5; 10 = 2 \cdot 5; 21 = 3 \cdot 7$$

$$MCD(5; 10; 21) = 1 \quad mcm(5; 10; 21) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$$

g) 210; 280; 420

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7; 280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7; 420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$MCD(210; 280; 420) = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 70 \quad mcm(210; 280; 420) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$$

h) 18; 33; 36

$$18 = 2 \cdot 3^2; 33 = 3 \cdot 11; 36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$MCD(18; 33; 36) = 3 \quad mcm(18; 33; 36) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11 = 396$$

i) 20; 30; 40; 50

$$20 = 2^2 \cdot 5; 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5; 40 = 2^3 \cdot 5; 50 = 2 \cdot 5^2$$

$$MCD(20; 30; 40; 50) = 2 \cdot 5 = 10 \quad mcm(20; 30; 40; 50) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 = 600$$

## EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 14

### 11. Determina si las siguientes fracciones son equivalentes:

a)  $\frac{6}{15}$  y  $\frac{10}{25}$ . Son equivalentes ya que al simplificar ambas se obtiene  $\frac{2}{5}$ .

b)  $\frac{18}{21}$  y  $\frac{30}{35}$ . Son equivalentes ya que al simplificar ambas se obtiene  $\frac{6}{7}$ .

c)  $\frac{7}{12}$  y  $\frac{5}{8}$ . No son equivalentes ya que al multiplicar en cruz  $7 \cdot 8 = 12 \cdot 5$ .

### 12. Simplifica las siguientes fracciones:

a)  $\frac{540}{7200} = \frac{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5}{2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \frac{3}{2^3 \cdot 5} = \frac{3}{40}$

b)  $\frac{108}{172} = \frac{2^2 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 43} = \frac{27}{43}$

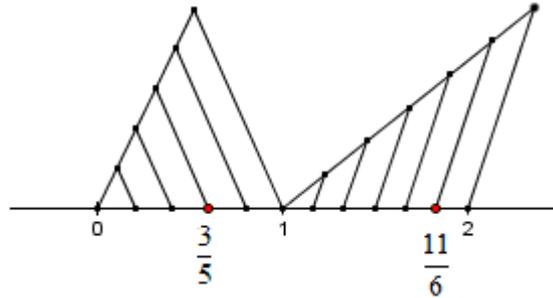
c)  $\frac{450}{930} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 31} = \frac{15}{31}$

d)  $\frac{36}{84} = \frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{3}{7}$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 15

13. Representa las fracciones  $\frac{3}{5}$  y  $\frac{11}{6}$  en una recta:

Teniendo en cuenta que  $\frac{11}{6} = 1 + \frac{5}{6}$ :



14. Ordena las fracciones:  $\frac{5}{9}$ ,  $\frac{7}{12}$ ,  $\frac{8}{15}$ .

Reduciendo a común denominador:  $\frac{100}{180}$ ,  $\frac{105}{180}$ ,  $\frac{96}{180}$ .

Por tanto,  $\frac{8}{15} < \frac{5}{9} < \frac{7}{12}$

15. Reduce a común denominador las fracciones:  $\frac{5}{12}$ ,  $\frac{3}{18}$ ,  $\frac{7}{24}$

El mínimo común múltiplo de los denominadores es:

$$mcm(12; 18; 24) = mcm(2^2 \cdot 3; 2 \cdot 3^2; 2^3 \cdot 3) = 2^3 \cdot 3^2 = 72.$$

Por tanto, las fracciones son:  $\frac{30}{72}$ ,  $\frac{12}{72}$ ,  $\frac{21}{72}$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 16

16. Opera y simplifica:

- a)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{6}{12} + \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = \frac{5}{12}$
- b)  $\frac{3}{5} - \frac{5}{3} + \frac{1}{6} = \frac{18}{30} - \frac{50}{30} + \frac{5}{30} = -\frac{27}{30} = -\frac{9}{10}$
- c)  $\frac{2}{3} - \frac{4}{9} - \frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{24}{36} - \frac{16}{36} - \frac{9}{36} + \frac{30}{36} = \frac{29}{36}$
- d)  $\frac{3}{12} - \frac{5}{18} - \frac{4}{27} = \frac{27}{108} - \frac{30}{108} - \frac{16}{108} = -\frac{19}{108}$

$$e) \frac{7}{30} - \frac{2}{15} + \frac{3}{5} = \frac{7}{30} - \frac{4}{30} + \frac{18}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

$$f) \frac{4}{5} - \frac{5}{4} + \frac{2}{3} - 1 = \frac{48}{60} - \frac{75}{60} + \frac{40}{60} - \frac{60}{60} = -\frac{47}{60}$$

**17. Opera y simplifica:**

$$a) \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4} : \frac{25}{18} = \frac{1}{2} : \frac{25}{18} = \frac{18}{50} = \frac{9}{25}$$

$$b) \frac{8}{9} \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} : 3 = \frac{4}{3} : 3 = \frac{4}{9}$$

$$c) \frac{\frac{7}{6}}{12} = \frac{7 \cdot 12}{6} = 7 \cdot 2 = 14$$

$$d) \frac{\frac{8}{12}}{15} = \frac{8 \cdot 15}{12} = \frac{8 \cdot 5}{4} = 2 \cdot 5 = 10$$

$$e) \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{7}{16} = -\frac{1}{8} - \frac{7}{16} = -\frac{2}{16} - \frac{7}{16} = -\frac{9}{16}$$

$$f) 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{7}{8} = 3 \cdot \frac{4}{27} - \frac{7}{8} = \frac{4}{9} - \frac{7}{8} = \frac{32}{72} - \frac{63}{72} = -\frac{31}{72}$$

**EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 17**

**18. Encuentra dos números decimales comprendidos entre:**

- a)  $2,18 < 2,185 < 2,188 < 2,19$
- b)  $0,47 < 0,4701 < 0,4705 < 0,471$
- c)  $3,25 < 3,250001 < 3,25001 < 3,2501$

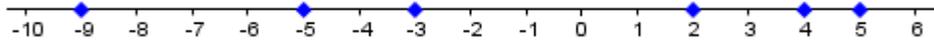
**19. Expresa como número decimal las siguientes fracciones:**

- a)  $\frac{17}{100} = 0,17$
- b)  $\frac{5}{12} = 0,41\widehat{6}$
- c)  $\frac{27}{20} = 1,35$
- d)  $\frac{18}{25} = 0,72$
- e)  $\frac{25}{6} = 4,1\widehat{6}$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES DE RECAPITULACIÓN - PÁGS. 20-22

NÚMEROS NATURALES Y ENTEROS

1. Representa en una recta los siguientes números: 2, 4, -5, -3, 5 y -9



2. Calcula:

- a)  $-45 + 63 = 18$
- b)  $25 - 43 = -18$
- c)  $23 - 58 = -35$
- d)  $-53 - 36 = -89$
- e)  $4 + 17 - 38 + 23 = 6$
- f)  $37 - 51 + 7 - 12 + 3 = -16$

3. Calcula:

- a)  $-7(-4) = +28$
- b)  $-4 \cdot 2(-5)(-6) = -240$
- c)  $(-12) : (-3) = +4$
- d)  $-18 : (-3) : (-2) = 6 : (-2) = -3$

4. Calcula:

- a)  $(-2)^5 = -32$
- b)  $-2^6 = 64$
- c)  $(-4)^3 = -64$
- d)  $(-2)^6 = 64$
- e)  $(-2)^8 = +256$
- f)  $(-1)^{13} = -1$
- g)  $-1^{24} = -1$
- h)  $(-1)^{18} = +1$
- i)  $-(-2)^5 = -(-32) = +32$

5. Calcula:

- a)  $-2(-9 + 4) + 4(12 - 15) = -2(-5) + 4(-3) = 10 - 12 = -2$
- b)  $8 + 2(-5) - 8 - 4(-3) = 8 - 10 - 8 + 12 = 2$
- c)  $-23 - (-15) + 4(-6) - 5(-7) = -23 + 15 - 24 + 35 = 3$

- d)  $4+3(-5-2)-3+2(5-9)=4+3(-7)-3+2(-4)=4-21-3-8=-28$
- e)  $2(-3+7)-4(3-7)=2\cdot 4-4(-4)=8+16=24$
- f)  $5-3(5-2(-3+4))=5-3(5-2)=5-3\cdot 3=5-9=-4$
- g)  $-6(15-7):(-18)=-6\cdot 8:(-18)=-48:(-18)=2,\widehat{6}$

**6. Calcula:**

- a)  $-2+5(13-18)-(3+2(5-9))=-2+5(-5)-(3+2(-4))=-2-25-(3-8)=-2-25-(-5)=-2-25+5=-22$
- b)  $4-3[3-(-8+5)-3(-3+5)]=4-3[3-(-3)-3(+2)]=4-3[3+3-6]=4$
- c)  $2+3[5+3(-2(-3)-5(-7+2))]=2+3[5+3(6-5(-5))]=2+3[5+3(6+25)]=2+3[5+3(+31)]=2+3[5+93]=2+3[+98]=2+294=296$
- d)  $-5+4(3-8)-[3-5(2-3(-5+7))]=-5+4(-5)-[3-5(2-3(+2))]=-5-20-[3-5(2-6)]=-25-[3-5(-4)]=-25-[3+20]=-25-23=-48$

**7. Calcula:**

- a)  $15-(-5)^2+2(-4)^3=15-25+2(-64)=15-25-128=-138$
- b)  $7-2(-7+5)^3-(-3)^3=7-2(-2)^3-(-27)=7-2(-8)+27=7+16+27=50$
- c)  $-3-5(8-3^2)^3-(-(-1)^3)^5=-3-5(8-9)^3-(+1)^5=-3-5(-1)^3-1=-3+5-1=1$
- d)  $-15(3-5):(-13-2)+3(-2-3)^3=-15(-2):(-15)+3(-5)^3=-2+3(-125)=-2-375=-377$
- e)  $4-3(-1)^7+2\cdot 3^2-5(-2)^3=4+3+2\cdot 9-5(-8)=4+3+18+40=65$
- f)  $-2+3(-5+3)^2-2[3-2^2-(-3)^3]=-2+3(-2)^2-2[3-4-(-27)]=-2+3\cdot 4-2[3-4+27]=-2+12-2\cdot 26=-2+12-52=-42$

**NÚMEROS PRIMOS**
**8. Determina si son primos los siguientes números:**

- a) 127 es primo ya que no es divisible por 2, 3, 5, 7, 11. Si fuera divisible por un primo más alto, tendríamos que  $127 = p \cdot n$  con  $p$  y  $n$  mayores o iguales que 13, lo cual es imposible.
- b) 169 no es primo ya que  $13^2 = 169$
- c) 277 es primo ya que no es divisible por 2, 3, 5, 7, 11, 13. Si fuera divisible por un primo más alto, tendríamos que  $277 = p \cdot n$  con  $p$  y  $n$  mayores o iguales que 17, lo cual es imposible.

- d) 179 es primo ya que no es divisible por 2, 3, 5, 7, 11, 13. Si fuera divisible por un primo más alto, tendríamos que  $179 = p \cdot n$  con  $p$  y  $n$  mayores o iguales que 17, lo cual es imposible.

**9. Indica si los siguientes números se pueden dividir entre 2, 3 o 5.**

- a) 4635
- No es divisible por 2 ya su última cifra es impar.
  - Es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $4 + 6 + 3 + 5 = 18$ .
  - Es divisible por 5 ya que termina en 5.
- b) 32580
- Es divisible por 2 ya su última cifra es par.
  - Es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $3 + 2 + 5 + 8 + 0 = 18$ .
  - Es divisible por 5 ya que termina en 0.
- c) 789
- No es divisible por 2 ya su última cifra es impar.
  - Es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $7 + 8 + 9 = 24$ .
  - No es divisible por 5 ya que termina en 9.
- d) 1202
- Es divisible por 2 ya su última cifra es par.
  - No es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $1 + 2 + 0 + 2 = 5$ .
  - No es divisible por 5 ya que termina en 2.
- e) 3451
- No es divisible por 2 ya su última cifra es impar.
  - No es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $3 + 4 + 5 + 1 = 13$ .
  - No es divisible por 5 ya que termina en 1
- f) 7561
- No es divisible por 2 ya su última cifra es impar.
  - No es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $7 + 5 + 6 + 1 = 19$ .
  - No es divisible por 5 ya que termina en 1.
- g) 3455
- No es divisible por 2 ya su última cifra es impar.
  - No es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $3 + 4 + 5 + 5 = 17$ .
  - Es divisible por 5 ya que termina en 5.
- h) 2370
- Es divisible por 2 ya su última cifra es par.
  - Es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras da:  $2 + 3 + 7 + 0 = 12$ .
  - Es divisible por 5 ya que termina en 0.

**10. Determina los números que son múltiplos de 11 utilizando el criterio de divisibilidad.**

- a) 9185 es divisible por 11 ya que  $(9 + 8) - (1 + 5) = 11$
- b) 5390 es divisible por 11 ya que  $(5 + 9) - (3 + 0) = 11$
- c) 246740 NO es divisible por 11 ya que  $(2 + 6 + 4) - (4 + 7 + 0) = 1$
- d) 145749 NO es divisible por 11 ya que  $(4 + 7 + 9) - (1 + 5 + 4) = 10$
- e) 31405 es divisible por 11 ya que  $(3 + 4 + 5) - (1 + 0) = 11$

- f) 38478 es divisible por 11 ya que  $(3+4+8)-(7+8)=0$   
 g) 38588 es divisible por 11 ya que  $(3+5+8)-(8+8)=0$   
 h) 33814 es divisible por 11 ya que  $(3+8+4)-(3+1)=11$

**11. Determina si los siguientes números son múltiplos de 7:**

- a)  $238 : 7 = 34$  luego sí es múltiplo de 7  
 b)  $3059 : 7 = 437$  luego sí es múltiplo de 7  
 c)  $23485 = 3355$  luego sí es múltiplo de 7  
 d)  $3486 : 7 = 498$  luego sí es múltiplo de 7

**12. Descompón en factores primos los siguientes números:**

- a)  $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$   
 b)  $630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$   
 c)  $500 = 2^2 \cdot 5^3$   
 d)  $850 = 2 \cdot 5^2 \cdot 17$   
 e)  $1024 = 2^{10}$   
 f)  $3420 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 19$   
 g)  $92 = 2^2 \cdot 23$   
 h)  $274 = 2 \cdot 137$   
 i)  $432 = 2^4 \cdot 3^3$

**13. Calcula el máximo común divisor de:**

- a) 48 y 42  
 $48 = 2^4 \cdot 3; 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \Rightarrow MCD(48; 42) = 2 \cdot 3 = 6$
- b) 75 y 60  
 $75 = 3 \cdot 5^2; 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow MCD(75; 60) = 3 \cdot 5 = 15$
- c) 80 y 20  
 $80 = 2^4 \cdot 5; 20 = 2^2 \cdot 5 \Rightarrow MCD(80; 20) = 2^2 \cdot 5 = 20$
- d) 200 y 120  
 $200 = 2^3 \cdot 5^2; 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow MCD(200; 120) = 2^3 \cdot 5 = 40$
- e) 450 y 168  
 $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2; 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \Rightarrow MCD(450; 168) = 2 \cdot 3 = 6$
- f) 378 y 120  
 $378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7; 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow MCD(378; 120) = 2 \cdot 3 = 6$
- g) 162 y 72  
 $162 = 2 \cdot 3^4; 72 = 2^3 \cdot 3^2 \Rightarrow MCD(162; 72) = 2 \cdot 3^2 = 18$
- h) 144 y 156  
 $144 = 2^4 \cdot 3^2; 156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13 \Rightarrow MCD(144; 156) = 2^2 \cdot 3 = 12$

- i) 144 y 156  
 $144 = 2^4 \cdot 3^2; 156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13 \Rightarrow MCD(144; 156) = 2^2 \cdot 3 = 12$

**14. Determina el mínimo común múltiplo de:**

- a) 3, 5 y 7  
 $mcm(3; 5; 7) = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$
- b) 12, 16 y 6  
 $12 = 2^2 \cdot 3; 16 = 2^4; 6 = 2 \cdot 3 \Rightarrow mcm(12; 16; 6) = 2^4 \cdot 3 = 48$
- c) 18, 9 y 21  
 $18 = 2 \cdot 3^2; 9 = 3^2; 21 = 3 \cdot 7 \Rightarrow mcm(18; 9; 21) = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126$
- d) 12, 6 y 18  
 $12 = 2^2 \cdot 3; 6 = 2 \cdot 3; 18 = 2 \cdot 3^2 \Rightarrow mcm(12; 6; 18) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$
- e) 36, 12 y 18  
 $36 = 2^2 \cdot 3^2; 12 = 2^2 \cdot 3; 18 = 2 \cdot 3^2 \Rightarrow mcm(36; 12; 18) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$
- f) 3, 2 y 15  
 $mcm(3; 2; 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$
- g) 9, 3 y 6  
 $mcm(9; 3; 6) = 2 \cdot 3^2 = 18$
- h) 15, 35 y 49  
 $15 = 3 \cdot 5; 35 = 5 \cdot 7; 49 = 7^2 \Rightarrow mcm(15; 35; 49) = 3 \cdot 5 \cdot 7^2 = 735$

**FRACCIONES**

**15. Simplifica las siguientes fracciones:**

- a)  $\frac{24}{36} = \frac{2^3 \cdot 3}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{2}{3}$
- b)  $\frac{25}{35} = \frac{5^2}{5 \cdot 7} = \frac{5}{7}$
- c)  $\frac{24}{80} = \frac{2^3 \cdot 3}{2^4 \cdot 5} = \frac{3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$
- d)  $\frac{128}{440} = \frac{2^7}{2^3 \cdot 5 \cdot 11} = \frac{2^4}{5 \cdot 11} = \frac{16}{55}$
- e)  $\frac{144}{180} = \frac{2^4 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} = \frac{2^2}{5} = \frac{4}{5}$
- f)  $\frac{450}{900} = \frac{450}{450 \cdot 2} = \frac{1}{2}$
- g)  $\frac{180}{72} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^3 \cdot 3^2} = \frac{5}{2}$

h)  $\frac{256}{96} = \frac{2^8}{2^5 \cdot 3} = \frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$

i)  $\frac{195}{465} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 13}{3 \cdot 5 \cdot 31} = \frac{13}{31}$

16. Determina tres fracciones equivalentes a:

a)  $\frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{15}{6} = \frac{35}{14}$

b)  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{15}{20} = \frac{45}{60}$

c)  $\frac{2}{3} = \frac{10}{15} = \frac{20}{30} = \frac{40}{60}$

d)  $\frac{7}{6} = \frac{14}{12} = \frac{21}{18} = \frac{70}{60}$

e)  $\frac{13}{18} = \frac{26}{36} = \frac{39}{54} = \frac{1300}{1800}$

f)  $\frac{5}{7} = \frac{10}{14} = \frac{15}{21} = \frac{35}{49}$

17. Determina si las siguientes fracciones son equivalentes:

a)  $\frac{30}{40}$  y  $\frac{105}{84}$ . No son equivalentes ya que  $\frac{30}{40} < 1 < \frac{105}{84}$

b)  $\frac{28}{42}$  y  $\frac{32}{48}$ . No son equivalentes ya que  $\frac{28}{42} = \frac{6}{7} \neq \frac{2}{3} = \frac{32}{48}$

c)  $\frac{270}{450}$  y  $\frac{22}{44}$ . No son equivalentes ya que  $\frac{270}{450} = \frac{3}{5} \neq \frac{1}{2} = \frac{22}{44}$

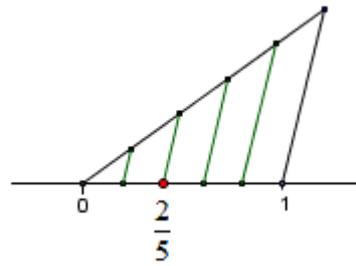
d)  $\frac{96}{72}$  y  $\frac{40}{30}$ . Son equivalentes ya que  $\frac{96}{72} = \frac{4}{3} = \frac{40}{30}$

18. Ordena las siguientes fracciones:  $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{5}{6}$

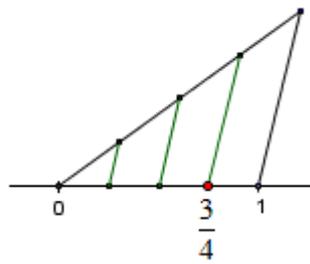
Reduciendo a común denominador:  $\frac{20}{60}, \frac{45}{60}, \frac{24}{60}, \frac{50}{60}$ . Por tanto,  $\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

19. Representa en una recta las siguientes fracciones:

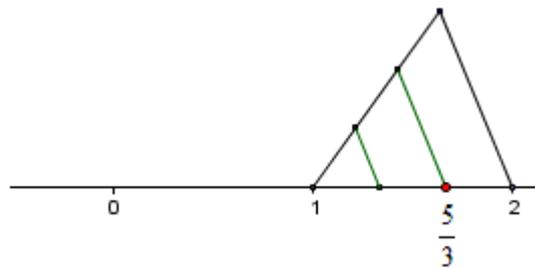
a)  $\frac{2}{5}$



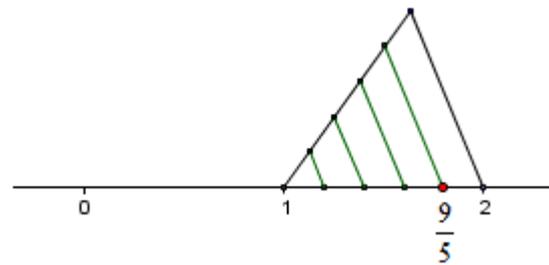
b)  $\frac{3}{4}$



c)  $\frac{5}{3}$



d)  $\frac{9}{5}$



20. Calcula  $x$  en cada caso:

a)  $\frac{6}{8} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 6}{8} = 15$

b)  $\frac{4}{x} = \frac{14}{63} \Rightarrow x = \frac{63 \cdot 4}{14} = 18$

$$c) \frac{9}{15} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 6}{9} = 10$$

$$d) \frac{x}{21} = \frac{36}{27} \Rightarrow x = \frac{21 \cdot 36}{27} = 28$$

21. Realiza la siguiente suma de fracciones y simplifica el resultado si es posible:

$$a) 1 + \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{5}{6} = \frac{12}{12} + \frac{9}{12} - \frac{18}{12} + \frac{10}{12} = \frac{13}{12}$$

$$b) 2 - \frac{9}{8} - \frac{3}{2} - \frac{5}{4} = \frac{16}{8} - \frac{9}{8} - \frac{12}{8} - \frac{10}{8} = -\frac{15}{8}$$

$$c) \frac{5}{12} - \frac{7}{8} + \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = \frac{10}{24} - \frac{21}{24} + \frac{20}{24} - \frac{42}{24} = -\frac{33}{24} = -\frac{11}{8}$$

$$d) \frac{4}{5} - \frac{9}{10} + \frac{5}{4} = \frac{16}{20} - \frac{18}{20} + \frac{25}{20} = \frac{23}{20}$$

$$e) 2 - \frac{12}{5} - \frac{19}{25} + \frac{1}{4} = \frac{200}{100} - \frac{240}{100} - \frac{76}{100} + \frac{25}{100} = -\frac{91}{100}$$

$$f) \frac{5}{6} - \frac{5}{12} - \frac{3}{8} = \frac{20}{24} - \frac{10}{24} - \frac{9}{24} = \frac{1}{24}$$

$$g) \frac{3}{8} - \frac{7}{4} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6} = \frac{9}{24} - \frac{42}{24} + \frac{36}{24} - \frac{20}{24} = -\frac{17}{24}$$

$$h) 2 - \frac{2}{5} - \frac{5}{4} - \frac{3}{10} = \frac{40}{20} - \frac{8}{20} - \frac{25}{20} - \frac{6}{20} = \frac{1}{20}$$

22. Realiza las siguientes operaciones de fracciones y simplifica el resultado si es posible:

$$a) \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{4}{5} - \frac{8}{15} + \frac{30}{45} = \frac{12}{15} - \frac{8}{15} + \frac{10}{15} = \frac{14}{15}$$

$$b) 2 - \frac{5}{2} \left( \frac{3}{4} - \frac{3}{2} - 1 \right) = 2 - \frac{5}{2} \left( \frac{3}{4} - \frac{6}{4} - \frac{4}{4} \right) = 2 - \frac{5}{2} \left( -\frac{7}{4} \right) = 2 + \frac{35}{8} = \frac{16}{8} + \frac{35}{8} = \frac{51}{8}$$

$$c) -\frac{2}{3} : \left( 1 - \frac{5}{3} \right) - \frac{5}{6} = -\frac{2}{3} : \left( -\frac{2}{3} \right) - \frac{5}{6} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$d) \frac{5}{4} - \frac{10}{3} \cdot \frac{6}{5} - \left( -\frac{3}{2} \right)^3 = \frac{5}{4} - \frac{60}{15} - \left( -\frac{27}{8} \right) = \frac{5}{4} - 4 + \frac{27}{8} = \frac{10}{8} - \frac{32}{8} + \frac{27}{8} = \frac{5}{8}$$

$$e) \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{6}{5} \cdot \frac{4}{3} \right) = \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{24}{15} \right) = \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{8}{5} \right) = \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{5}{20} - \frac{32}{20} \right) =$$

$$= \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \cdot \left( -\frac{27}{20} \right) = \frac{3}{5} + \frac{9}{10} = \frac{6}{10} + \frac{9}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$f) \frac{1}{6} - \frac{5}{4} \left( 2 - \frac{8}{5} - \frac{7}{3} \right) = \frac{1}{6} - \frac{5}{4} \left( \frac{30}{15} - \frac{24}{15} - \frac{35}{15} \right) = \frac{1}{6} - \frac{5}{4} \left( -\frac{29}{15} \right) = \frac{1}{6} + \frac{29}{12} = \frac{2}{12} + \frac{29}{12} = \frac{31}{12}$$

23. Calcula y simplifica el resultado si es posible:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{\frac{4}{5}}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{5} \\
 \text{b)} \quad & \frac{1 - \frac{3}{5}}{\frac{2}{5} - 1} = \frac{\frac{2}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{2}{3} \\
 \text{c)} \quad & \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3} - \frac{5}{4}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{12}{12} - \frac{8}{12} - \frac{15}{12}} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{11}{12}} = -\frac{24}{33} = -\frac{8}{11} \\
 \text{d)} \quad & \frac{\frac{1}{3} - \frac{3}{5}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{5}{15} - \frac{9}{15}}{\frac{4}{3}} = \frac{-\frac{4}{15}}{\frac{4}{3}} = -\frac{3}{15} = -\frac{1}{5} \\
 \text{e)} \quad & \frac{1 - \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} - 2} = \frac{\frac{3}{3} - \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{8}{4}} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{5}{4}} = \frac{4}{15} \\
 \text{f)} \quad & \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3}}{1 - \frac{5}{4}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{6}}{\frac{4}{4} - \frac{5}{4}} = \frac{\frac{9}{12} - \frac{10}{12}}{-\frac{1}{4}} = \frac{-\frac{1}{12}}{-\frac{1}{4}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

24. Calcula y simplifica el resultado si es posible:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{\frac{2}{3} - 2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right)}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{2}{3} - 2\left(\frac{4}{20} - \frac{5}{20}\right)}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{2}{3} - 2\left(-\frac{1}{20}\right)}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{10}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{20}{30} + \frac{3}{30}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{23}{30}}{\frac{3}{2}} = \frac{46}{90} = \frac{23}{45} \\
 \text{b)} \quad & \frac{1 - \frac{3}{4} - \frac{1}{6}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{12}{12} - \frac{9}{12} - \frac{2}{12}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \\
 \text{c)} \quad & \frac{\frac{2}{5} - 1}{\frac{1}{4}} + 1 = \frac{\frac{2}{5} - \frac{5}{5}}{\frac{1}{4}} + 1 = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{1}{4}} + 1 = -\frac{3}{20} + 1 = -\frac{3}{20} + \frac{20}{20} = \frac{17}{20} \\
 \text{d)} \quad & \frac{3 - \frac{17}{5}}{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}} = \frac{\frac{15}{5} - \frac{17}{5}}{\frac{4}{6} - \frac{5}{6}} = \frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{1}{6}} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}
 \end{aligned}$$

## NÚMEROS DECIMALES

25. Calcula la expresión decimal de las siguientes fracciones:

a)  $\frac{7}{16} = 0,4375$

b)  $\frac{23}{75} = 0,30\widehat{6}$

c)  $\frac{5}{6} = 0,8\widehat{3}$

d)  $\frac{9}{20} = 0,45$

26. Encuentra dos números decimales comprendidos entre:

a)  $4,31 < 4,3101 < 4,3105 < 4,311$

b)  $3,511 < 3,511001 < 3,51101 < 3,5111$

c)  $-4,5 > -4,509 > -4,503 > -4,51$

d)  $-3,101 < -3,1009 < -3,1005 < -3,1$

27. Realiza las siguientes operaciones con números decimales:

a)  $7,24 - 2,3 \cdot 3,18 = 7,24 - 7,314 = -0,074$

b)  $2,15 - 0,0833 : 0,035 = 2,15 - 2,38 = -0,23$

## PROBLEMAS

28. Queremos embotellar 700 L de aceite de oliva virgen extra y 495 L de aceite de oliva normal. Si queremos hacerlo en garrafas iguales que sean lo más grandes posibles. ¿Qué capacidad tendrá cada garrafa? ¿Cuántas garrafas de cada tipo de aceite llenaremos?

Si las garrafas contienen un número entero de litros, este debe dividir exactamente tanto a 700 como a 495. Para que sea lo más grande posible usamos el MCD:

$$\left. \begin{array}{l} 700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \\ 495 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \end{array} \right\} \Rightarrow MCD(700; 495) = 5$$

Las garrafas tendrán una capacidad de 5 litros. Llenaremos  $700 : 5 = 140$  garrafas de aceite de oliva virgen extra y  $495 : 5 = 99$  garrafas de aceite de oliva normal.

29. Lucía compra merluza a 5,40 euros el kilo y Antonio a 4,8 euros el kilo. Ambos compran un número de kilos y pagan la misma cantidad de dinero. ¿Cuántos kilogramos, como mínimo, han comprado cada uno? ¿Cuánto dinero les ha costado la compra?

Si compran un número entero de kilos, el precio a pagar, expresado en céntimos, será un múltiplo común a 540 y 480. Como buscamos el mínimo posible usamos el m.c.m.:

$$\left. \begin{array}{l} 540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \\ 480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \Rightarrow mcm(540; 480) = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5 = 4320$$

Por tanto, pagan 43,20 €. Lucía ha comprado  $43,20 : 5,40 = 8$  kg de merluza mientras que Antonio ha comprado  $43,20 : 4,80 = 9$  kg.

- 30. En un almacén de mensajería hay 2 500 paquetes. De ellos,  $\frac{2}{5}$  son para la capital y  $\frac{1}{4}$  para la costa y el resto para otra provincia. ¿Cuántos paquetes hay para otra provincia?**

La fracción de paquetes para otra provincia es  $1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right) = 1 - \left(\frac{8}{20} + \frac{5}{20}\right) = 1 - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$ . Por tanto, el número de paquetes es  $\frac{7}{20} \cdot 2500 = 875$ .

- 31. Hemos comprado legumbres de forma que  $\frac{1}{5}$  son garbanzos,  $\frac{3}{4}$  lentejas y el resto habichuelas. Si hemos comprado 5 kg de legumbres, ¿qué cantidad de cada legumbre hemos comprado?**

Garbanzos:  $\frac{1}{5}$  de 5 = 1 kg.

Lentejas:  $\frac{3}{4}$  de 5 =  $\frac{15}{4} = 3,75$  kg.

Habichuelas:  $5 - 1 - 3,75 = 0,25$  kg.

- 32. Mi madre se ha leído las  $\frac{3}{5}$  partes de un libro. Si le quedan por leer 184 páginas, ¿cuántas páginas ha leído ya?**

Como le quedan  $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ , podemos afirmar que:

$$\frac{2}{5} \text{ de } L = 184 \Rightarrow L = 184 : \frac{2}{5} = \frac{184 \cdot 5}{2} = 460 \text{ páginas.}$$

- 33. En un ayuntamiento dedican  $\frac{3}{5}$  de su presupuesto a sueldos,  $\frac{1}{3}$  a mantenimiento y el resto a nuevas inversiones. Si disponen de 1,8 millones de euros, ¿qué cantidad de dinero disponen para inversiones este año?**

La fracción dedicada a inversiones es:  $1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{15}{15} - \frac{9}{15} - \frac{5}{15} = \frac{1}{15}$ . Como  $\frac{1}{15}$  de 1,8 =  $\frac{1,8}{15} = 0,12$ , disponen para inversiones de ciento veinte mil euros.

- 34. Tres amigos compran lotería conjuntamente. El primero paga  $\frac{2}{7}$  de la lotería, el segundo  $\frac{4}{9}$  y el tercero el resto. Si ganan 69300 €, ¿qué cantidad de dinero le corresponde a cada uno de los socios?**

Primer socio:  $\frac{2}{7}$  de 69300 =  $\frac{2 \cdot 69300}{7} = 19800 \text{ €}$

Segundo socio:  $\frac{4}{9}$  de 69300 =  $\frac{4 \cdot 69300}{9} = 30800 \text{ €}$

Tercer socio:  $69300 - 19800 - 30800 = 18700 \text{ €}$

35. En una cadena de embalaje,  $\frac{1}{18}$  del producto es de calidad inferior y hay que apartarlo. Si en una semana han salido 44200 piezas de calidad inferior, ¿cuántas piezas se han embalado en esa semana?

Sea  $N$  el número de piezas embaladas, entonces  $\frac{1}{18}$  de  $N = 44200 \Rightarrow N = 44200 : \frac{1}{18} = 795600$

36. Julio recibe por su cumpleaños cierta cantidad de dinero. Si su madre le ha regalado  $\frac{1}{3}$  de ese dinero, su tía  $\frac{3}{7}$  y su abuela 25 €, ¿cuánto dinero le han regalado por su cumpleaños?

Su abuela le ha regalado  $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{7}\right) = 1 - \left(\frac{7}{21} + \frac{9}{21}\right) = 1 - \frac{16}{21} = \frac{5}{21}$  del dinero. Si llamamos  $D$  a la

cantidad de dinero,  $\frac{5}{21}$  de  $D = 25 \Rightarrow D = 25 : \frac{5}{21} = \frac{25 \cdot 21}{5} = 105 \text{ €}$ .

Le han regalado en total 105 €.

37. Del importe de una factura de gas, los  $\frac{3}{5}$  son impuestos. Si el importe del consumo asciende a 38 €, ¿a cuánto ascienden los impuestos?

$\frac{3}{5}$  de 38 =  $\frac{3 \cdot 38}{5} = 22,80 \text{ €}$ . Los impuestos ascienden a 22,80 €.

38. De la capacidad de mi *pendrive*, tengo ocupado  $\frac{1}{3}$  en los trabajos del instituto,  $\frac{2}{7}$  en música y me quedan libres 2,1 GB. ¿Qué capacidad tiene mi *pendrive*?

En el *pendrive* queda libre  $1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{7} = \frac{21}{21} - \frac{7}{21} - \frac{6}{21} = \frac{8}{21}$ . Si la capacidad es  $C$ , entonces:

$C = 2,1 : \frac{8}{21} = \frac{2,1 \cdot 21}{8} = 5,5125 \text{ GB}$ .

39. Del reparto de una herencia, Juan obtiene  $\frac{2}{5}$  partes, Pedro  $\frac{3}{7}$  y Minerva 12000 €. ¿Qué cantidad de dinero ha heredado cada uno?

La fracción heredada por Minerva es de  $1 - \frac{2}{5} - \frac{3}{7} = \frac{35}{35} - \frac{14}{35} - \frac{15}{35} = \frac{6}{35}$ . Si la cantidad total de la herencia es  $H$ , entonces  $H = 12000 : \frac{6}{35} = \frac{12000 \cdot 35}{6} = 70000 \text{ €}$ . Por tanto, Juan obtiene  $\frac{2}{5}$  de  $70000 = \frac{2 \cdot 70000}{5} = 28000 \text{ €}$  mientras que Pedro obtiene  $\frac{3}{7}$  de  $70000 = \frac{3 \cdot 70000}{7} = 30000 \text{ €}$ .

- 40. De los 900 m<sup>2</sup> de una finca,  $\frac{1}{3}$  está dedicado a jardines y zonas de paso,  $\frac{3}{4}$  de lo que queda a huerto y el resto a vivienda. ¿Qué superficie está dedicada a vivienda?**

A vivienda se dedica  $\frac{1}{4}$  de  $\frac{2}{3}$  de la finca, esto es  $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot 900 = \frac{1800}{12} = 150 \text{ m}^2$ .

- 41. En una etapa de la vuelta ciclista llevan recorridos 108 km. Si aún quedan por recorrer  $\frac{2}{5}$  partes de la etapa, ¿cuántos kilómetros tiene dicha etapa?**

Se llevan recorridos  $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$  de la etapa. Si la longitud de la etapa es  $E$ , entonces:

$$E = 108 : \frac{3}{5} = \frac{108 \cdot 5}{3} = 180 \text{ km.}$$

- 42. Una piscina está llena solo en  $\frac{3}{4}$  partes de su capacidad. Por una grieta pierde  $\frac{1}{5}$  del agua que contiene, por lo que quedan 16200 litros. ¿Qué capacidad tiene la piscina?**

En la piscina queda  $\frac{4}{5}$  del agua que contenía, luego está llena hasta los  $\frac{4}{5}$  de  $\frac{3}{4} = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$  de su capacidad. Si ésta es  $C$ , entonces  $C = 16200 : \frac{3}{5} = \frac{16200 \cdot 5}{3} = 27000$ .

Por tanto, la capacidad de la piscina es de 27000 litros.

- 43. Debido a una tormenta, se estropea  $\frac{1}{3}$  de una determinada cosecha. Poco después, una helada estropea  $\frac{2}{5}$  de lo que quedaba. Si se recogen finalmente 2340 kg, ¿cuántos kg se hubiesen recogido si no hubiese habido temporales adversos?**

Tras la helada quedaron  $\frac{3}{5}$  de  $\frac{2}{3}$  de lo que se había plantado, esto es,  $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$ . Sea  $C$  la cantidad que se hubiera recogido, entonces  $C = 2340 : \frac{2}{5} = \frac{2340 \cdot 5}{2} = 5850 \text{ kg}$ .

44. En un almacén de aceite se produce un incendio en el que se pierde  $\frac{1}{4}$  del material debido al calor.  $\frac{2}{5}$  de lo que queda no es apto para la venta. Si al final quedan 2700 garrafas de aceite y cada garrafa cuesta 2,30 €, ¿a cuánto ascienden las pérdidas?

Tras el calor queda  $\frac{3}{4}$  del material, y se puede vender  $\frac{3}{5}$  de lo que queda, esto es:  $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$ , que se corresponde con las 2700 garrafas. Si  $G$  es el número inicial de garrafas, entonces:

$$G = 2700 : \frac{9}{20} = \frac{2700 \cdot 20}{9} = 6000 \text{ garrafas.}$$

Por tanto, se han perdido  $6000 - 2700 = 3300$  garrafas, que suponen unas pérdidas de  $3300 \cdot 2,30 = 7590$  €

45. Un examen consta de 4 preguntas. La primera vale  $\frac{1}{4}$  de la nota, la segunda vale  $\frac{1}{3}$ , la tercera pregunta  $\frac{3}{5}$  del resto. ¿Qué nota obtendré si he contestado correctamente solo a la primera y la cuarta pregunta?

La suma de la primera y la segunda pregunta vale  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$ . La cuarta pregunta vale  $\frac{2}{5}$

del resto, esto es  $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{12} = \frac{1}{6}$ . Por tanto, la suma de la primera y la cuarta pregunta vale:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}. \text{ Si el examen puntúa sobre 10, obtendré } \frac{5}{12} \text{ de } 10 = \frac{50}{12} = 4,1\bar{6} \text{ puntos.}$$

## DESAFÍO PISA - PÁG. 23

### SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Nuestro sistema de numeración utiliza diez símbolos distintos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 0), denominados dígitos, de manera que el valor de un dígito depende de la posición que este tiene en un número. Es decir, en el número 3 835, la cifra 3 vale en uno de los casos tres mil y en el otro treinta. Observemos el número 3 835; la descomposición polinomial de este número es:

$$3835 = 3 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 5$$

Si nuestro sistema de numeración fuese en base 5, utilizaríamos cinco dígitos distintos, a saber: 0, 1, 2, 3 y 4. De forma que 10 significa que hemos llegado hasta cuatro contando y tenemos uno más, es decir, hemos contado un grupo con cinco elementos.

Observemos la descomposición polinomial del número 2314 en base 5:

$$\begin{array}{ccc} 2314 & = & 2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 4 = & 334 \\ \text{número en base 5} & & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{descomposición polinomial}} & \text{número en base 10} \end{array}$$

Como consecuencia, si nos dan un número en otra base y nos piden expresarlo en base diez, basta con escribir su descomposición polinomial y realizar las operaciones que se indican en la descomposición.

